

발간등록번호

11-1342000-001076-01

# 2022 개정 교육과정을 열다



2022 개정 교육과정  
수업-평가 안내 자료

## 중학교 수학





# 목 차

## 제1부 ▶ 중학교 수학과 교육과정 개정 방향

I. 2022 개정 중학교 수학과 교육과정의 개관	3
1. 2022 개정 수학과 교육과정의 목표	3
2. 2022 개정 수학과 교육과정의 주요 특징	6
II. 2022 개정 수학과 중학교 교수·학습자료의 개발 방향	40
1. 교수·학습자료 개발 방향	40
2. 교수·학습자료 개발 절차	49
3. 수학과 교수·학습 자료의 활용 방안	51

## 제2부 ▶ 중학교 수학과 수업-평가 설계의 실제

I. 수업 설계 예시A	57
1. 수업 설계에 대한 개관	59
2. 개발 단계	60
3. 학습자 참여 중심의 수학적 모델링 수업-평가 설계	61
II. 수업 설계 예시B	97
1. 수업 설계에 대한 개관	99
2. 개발 단계	100
3. 교육과정-수업-평가 연계 증명 탐구학습 및 포트폴리오 수행과제 개발	102
III. 수업 설계 예시C	149
1. 수업 설계에 대한 개관	151
2. 개발 단계	152
3. 실생활 맥락 통계 프로젝트 학습 및 수행과제 개발	154

## 목 차

IV. 수학과 교수·학습 방안별 예시 .....	217
1. 설명식 교수에 따른 교수·학습 설계안 예시 .....	220
2. 토의·토론 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시 .....	220
3. 협력 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시 .....	224
4. 탐구 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시 .....	226
5. 프로젝트 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시 .....	228
6. 수학적 모델링에 따른 교수·학습 설계안 예시 .....	230
7. 놀이 및 게임 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시 .....	232
※ 참고문헌 .....	234

2022 개정 교육과정  
수업-평가 안내 자료

중학교  
**수학**

제 1 부

중학교 수학과  
교육과정 개정 방향



## I

## 2022 개정 중학교 수학과 교육과정의 개관

## 1 2022 개정 수학과 교육과정의 목표

2022 개정 수학과 교육과정에서는 총론의 이념과 추구하는 인간상 및 핵심역량과 연계하여 수학 교과역량을 다섯 가지로 설정하고, 영역을 ‘수와 연산 영역’, ‘변화와 관계 영역’, ‘도형과 측정 영역’, ‘자료와 가능성’ 영역으로 구조화하여 각 영역별 핵심 아이디어와 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 범주로 내용 체계(표)를 구성하였으며, 이를 통해 수학 교과역량을 함양할 수 있는 수학과 목표를 총괄 목표와 세부 목표로 나누어 진술하였다.

먼저 총론의 이념이다. 우리나라의 교육은 홍익인간의 이념 아래 모든 국민으로 하여금 인격을 도야하고, 자주적 생활 능력과 민주시민으로서 필요한 자질을 갖추어 인간다운 삶을 영위하고, 민주 국가의 발전과 인류 공영의 이상을 실현할 수 있도록 함을 목적으로 한다(교육부, 2022b). 이러한 교육 이념과 교육 목적을 바탕으로, 2022 개정 교육과정이 추구하는 인간상을 다음과 같이 제시하였다.

## ‘포용성과 창의성을 갖춘 주도적인 사람’

이러한 인간상을 기반으로 교육과정이 추구하는 인간상을 세부적으로 나타내면 <표 I-1>과 같다.

☐ <표 I-1> 2022 개정 교육과정의 추구하는 인간상(교육부, 2022b)

개요	내용
자기주도적인 사람	전인적 성장을 바탕으로 자아정체성을 확립하고 자신의 진로와 삶을 스스로 개척하는 자기주도적인 사람.
창의적인 사람	폭넓은 기초 능력을 바탕으로 진취적 발상과 도전을 통해 새로운 가치를 창출하는 창의적인 사람.
교양 있는 사람	문화적 소양과 다원적 가치에 대한 이해를 바탕으로 인류 문화를 향유하고 발전시키는 교양 있는 사람
더불어 사는 사람	공동체 의식을 바탕으로 다양성을 이해하고 서로 존중하며 세계와 소통하는 민주시민으로서 배려와 나눔, 협력을 실천하는 더불어 사는 사람

또한, 2022 개정 교육과정이 추구하는 인간상을 구현하기 위해 교과 교육과 창의적 체험활동을 포함한 학교 교육 전 과정을 통해 중점적으로 기르고자 하는 핵심역량과 기초소양은 <표 I -2>와 같다.

 <표 I -2> 2022 개정 교육과정의 핵심역량

영역	개요	내용
핵심 역량	자기관리 역량	자아정체성과 자신감을 가지고 자신의 삶과 진로를 스스로 설계하며 이에 필요한 기초 능력과 자질을 갖추어 자기주도적으로 살아갈 수 있는 자기관리 역량
	지식정보처리 역량	문제를 합리적으로 해결하기 위하여 다양한 영역의 지식과 정보를 깊이 있게 이해하고 비판적으로 탐구하며 활용할 수 있는 지식정보처리 역량
	창의적 사고 역량	폭넓은 기초 지식을 바탕으로 다양한 전문 분야의 지식, 기술, 경험을 융합적으로 활용하여 새로운 것을 창출하는 창의적 사고 역량
	심미적 감성 역량	인간에 대한 공감적 이해와 문화적 감수성을 바탕으로 삶의 의미와 가치를 성찰하고 향유하는 심미적 감성 역량
	협력적 소통 역량	다른 사람의 관점을 존중하고 경청하는 가운데 자신의 생각과 감정을 효과적으로 표현하며 상호협력적인 관계에서 공동의 목적을 구현하는 협력적 소통 역량
	공동체 역량	지역·국가·세계 공동체의 구성원에게 요구되는 개방적·포용적 가치와 태도로 지속 가능한 인류 공동체 발전에 적극적이고 책임감 있게 참여하는 공동체 역량
기초 소양	수리 소양	다양한 상황에서 수리적 정보와 표현 및 사고 방법을 이해, 해석, 사용하여 문제해결, 추론, 의사소통하는 능력
	디지털 소양	디지털 지식과 기술에 대한 이해와 윤리의식을 바탕으로, 정보를 수집·분석하고 비판적으로 이해·평가하여 새로운 정보와 지식을 생산·활용하는 능력
	언어 소양	언어를 중심으로 다양한 기호, 양식, 매체 등을 활용한 텍스트를 대상, 목적, 맥락에 맞게 이해하고, 생산·공유, 사용하여 문제를 해결하고 공동체 구성원과 소통하고 참여하는 능력

이에 수학과 교육과정은 총론의 인간상, 핵심역량 및 기초소양과 연계하여 ‘문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리’ 역량을 수학 교과 역량으로 규정하고, 수학 교과의 목표를 구체적으로 설정하였다. 수학과 목표는 총괄 목표와 세부 목표로 구분하여 제시하였다(교육부, 2022a).

‘목표’는 수학과 교육과정이 지향해야 할 방향과 학생이 달성해야 할 학습의 도달점으로 진술하였는데, 이때 2015 개정 교육과정에서 설정되었던 교과 역량은 목록으로 제시하지 않고 목표 진술에 통합하여 기술하였다. 구체적으로 총괄 목표는 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 통합적으로 학습하여 수학 교과 역량을 함양하는 것으로 설정하였고, 세부 목표는 문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리 역량을 각각 함양하는 것으로 설정하였다. 구체적인 목표 진술은 다음과 같다.

## 가 총괄 목표

2022 개정 중학교 수학과 교육과정 총괄 목표는 수학과 교육과정이 지향해야 할 방향과 학생이 달성해야 할 학습의 도달점을 수학 교과 역량 함양에 초점을 두고 종합적으로 기술하였다. 수학 교과 역량은 문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리로 발현되고, 이들 각각은 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 가지 범주가 통합적으로 작동하여 수행되는 수학적 능력으로 규정하였으므로, 총괄 목표를 진술할 때 수학 교과 역량은 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 가지 범주가 조화롭게 어우러져 통합적으로 작동한다는 점을 강조하기 위해 각 범주와 관련된 능력을 서로 엮어 한 문장으로 기술하였다(이경화 외, 2022b). 초·중학교에 걸쳐 통합 진술된 수학과 교육과정의 총괄 목표는 다음과 같다.

수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 수학의 가치를 인식하며 바람직한 수학적 태도를 길러 수학적으로 추론하고 의사소통하며 다양한 현상과 연결하여 정보를 처리하고 문제를 창의적으로 해결하는 수학 교과 역량을 함양한다(교육부, 2022b, p.6).

## 나 세부 목표

세부 목표는 문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리 역량을 각각 함양하는 것으로 설정하였다. 또한, 수학 교과 역량의 다섯 가지 측면 각각을 세부 목표의 내용으로 진술하고 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 가지 범주를 통합시켜 기술하였다. 구체적으로는 다섯 가지 수학 교과 역량 각각에 대해 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 가지 범주에서 서로 관련을 맺는 핵심 내용을 엮어 한 문장으로 기술하였다. 다음 <표 I-3>은 세부 목표별 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 핵심 내용을 정리한 것이다(이경화 외, 2022a).

☐ <표 I -3> 세부 목표별 세 범주의 핵심 내용(이경화 외, 2022a, p.24)

하위 목표	지식·이해	과정·기능	가치·태도
(1)	수학적 지식	문제해결	적극적인 태도, 자신감
(2)	수학적 사실	추론	수학에 대한 흥미와 관심
(3)	수학적 표현	의사소통	수학의 유용성 인식
(4)	수학의 개념, 원리, 법칙	연결	수학의 가치 인식
(5)	자료와 정보	정보처리	합리적 의사 결정

이를 고려하여 수학과 교육과정에 제시된 다섯 가지 세부 목표는 다음과 같다. 세부 목표는 총괄 목표와 마찬가지로 초·중학교에 걸쳐 통합 진술하였다.

- (1) 수학적 지식을 이해하고 활용하여 적극적이고 자신감 있게 여러 가지 문제를 해결한다.
- (2) 수학적 사실에 대해 흥미와 관심을 갖고 추측과 정당화를 통해 추론한다.
- (3) 수학적 사고와 전략에 대해 의사소통하고 수학적 표현의 편리함을 인식한다.
- (4) 수학의 개념, 원리, 법칙 간의 관련성을 탐구하고 실생활이나 타 교과에 수학을 적용하여 수학의 유용성을 인식한다.
- (5) 목적에 맞게 교구나 공학 도구를 활용하며 자료를 수집하고 처리하여 정보에 근거한 합리적 의사 결정을 한다.

## 2 2022 개정 수학과 교육과정의 주요 특징

2022년 12월에 고시된 2022 개정 수학과 교육과정은 다양한 측면에서 ‘2015 개정 수학과 교육과정’과 차이점을 지닌다. 교육과정의 개발 방향, 교육과정의 문서 체제, 내용 체계(표), 주요 쟁점 및 변화 등 거의 모든 부분에서 상이점을 지니고 있다. 구체적으로 몇 가지 측면으로 나누어 이번 교육과정의 특징을 살펴보면 다음과 같다.

### 가 중학교 수학과 교육과정의 개정 방향

2022 개정 중학교 수학과 교육과정의 개정 방향은 학생의 수학 교과 역량 함양 방안 모색, 미래 지향적 수학 학습 내용 재구조화, 학생의 삶과 성장을 지원하는 교수·학습

및 평가 모색, 총론과 수학과 교육과정의 일관성 확보, 학생·교사 교육과정 자율성과 실행 지원을 위한 문서 체제 정교화로 설정하였다(이경화 외, 2022b). 구체적인 개정 방향을 상세히 살펴보자.

### 1 학생의 수학과 교과 역량 함양 방안 모색

수학과 교과 역량 함양은 2015 개정 중학교 수학과 교육과정부터 중요한 개정 방향이자 중점 사항이다. 2015 개정 수학과 교육과정에서는 수학과 교과 역량을 ‘수학교육을 통해 학습자가 길러야 할 기본적인 필수적인 능력 또는 특성(박경미 외, 2015)’으로 정의하였는데, 이는 2009 개정 수학과 교육과정에서 강조한 수학적 과정인 ‘문제해결, 추론, 의사소통’에 3가지 역량 ‘창의·융합, 정보처리, 태도 및 실천’을 추가하여 총 6개의 역량으로 확대하였고, ‘문제해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보처리, 태도 및 실천’으로 규정하였다(교육부, 2015). 이에 2022 개정 수학과 교육과정에서는 가급적 수학과 교과 역량의 명칭을 이전 수학과 교육과정과 동일하게 사용하려고 하였고, 결과적으로 ‘문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리’ 5가지를 수학과 교과 역량으로 선정하였다. 예를 들어, 문제해결 역량의 경우, 기존의 정의와 유사하게 ‘수학의 개념, 원리, 법칙을 이용하고 적절한 전략을 사용하여 적극적으로 끈기 있게 문제를 해결하는 것’으로 규정함으로써 2015 개정 수학과 교육과정과 2022 개정 수학과 교육과정의 교과 역량의 연계성을 확보하고자 하였다.

#### 가 수학과 교과 역량

2022 개정 수학과 교육과정에서는 예전 교육과정과 차별화하여 수학과 교과 역량을 재개념화하였다. 이에 따라 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 포함하여 규정할 필요성이 제기되었다.

여기서 지식·이해는 수학과 교과에서 지도하는 개념적, 방법적 지식을 가리키는 것으로 ‘수학의 개념, 원리, 법칙’, ‘수학적 지식’, ‘수학적 사실’ 등으로 규정할 수 있다.

과정·기능은 수학의 개념, 원리, 법칙 등을 학습할 때 5가지 교과 역량이 발현되는 사고 과정이나 기능을 보여주는 구체적인 행동이다. 문제해결을 제외하고는 역량보다 더 구체적인 행동으로 과정·기능을 묘사할 수 있으며 <표 I-4>와 같이 다양한 수행 동사로 규정할 수 있다. 과정·기능은 내용 체계(표)에 제시되며, 지식·이해에 따라 적절한 내용으로 선정되어 성취기준으로 구현되도록 하였다.

또한, 가치·태도는 수학의 가치를 인식하는 측면과 수학적 태도 측면이라는 두 부분을 염두에 두고 그 내용을 도출하였다. 내용 체계(표)에서 중학교의 영역 특성에 맞게 적절한 가치·태도 내용을 선정하여 구체화하였고, 성취기준이나 성취기준 해설 및 영역 성취기준 적용 시 고려사항 등을 통해 구체적으로 구현하였다. 가치·

태도의 내용은 <표 I-5>와 같이 제시할 수 있다.

지식·이해, 과정·기능, 가치·태도 각각은 세부 범주나 요소를 구분하여 규정함으로써 그 내용을 명확히 드러낼 수 있으나, 과정·기능의 요소가 다섯 가지 각각의 특정 역량에만 국한되지 않을 수 있고, 또한, 수학 내용에 따라서는 특정 요소만 부각되는 사례가 있을 수도 있다. 이런 점에서 과정·기능과 가치·태도의 세부 범주나 요소를 고려하여 교육과정을 편성하되 교육과정에서는 이러한 세부 범주나 요소는 드러나지 않도록 하였다. 과정·기능과 가치·태도의 세부 범주나 요소들의 낱말의 함으로 교과 역량을 보지 않고 세 가지가 통합된 것으로 교과 역량을 이해할 수 있도록 교육과정 내용 체계(표)에서는 세부 범주의 구분 없이 과정·기능, 가치·태도를 제시하였다.

■ <표 I-4> 수학 교과 역량과 과정·기능과의 관계(이경화 외, 2022b, p.95)

교과 역량	과정·기능
문제해결	문제해결하기
추론	알기
	탐구하기(해석하기)
	판단하기(판별하기, 판정하기, 비교하기, 구별하기, 추측하기, 추정하기, 예상하기, 분류하기)
	정당화하기(증명하기)
	구하기
	계산하기(간단히 하기, 풀기)
	어림하기, 분해하기, 작도하기, 측정하기, 수 감각/양감/공간감각 기르기
의사소통	표현하기(그리기, 읽기, 쓰기, 만들기, 꾸미기, 나타내기)
	설명하기
연결	수학 개념, 원리, 법칙들을 연결하기
	실생활에 수학을 연결하기
정보처리	자료 처리하기(수집하기, 분석하기)
	교구나 공학 도구 이용하기

☐ <표 I -5> 수학 교과 역량의 가치·태도(이경화 외, 2022b, p.95)

가치·태도의 구분	내용
수학 가치 인식	수학의 유용성/필요성/가치 인식
	수학적 표현의 편리함 인식
	수학에 대한 흥미와 관심
수학 태도 함양	적절한 방법을 찾기 위해 끈기 있게 도전하는 태도
	문제의 풀이 과정과 결과를 반성하는 태도
	체계적으로 사고하여 합리적으로 의사결정을 하는 태도

#### 나 수학 교과 역량의 구현

2015 개정 수학과 교육과정의 6가지 역량은 지식을 역량과 다른 차원으로 보고, 가치·태도와 관련된 것은 ‘태도 및 실천’ 역량으로 고려하고 있기 때문에 2022 개정 교육과정의 역량과는 차이점이 발생하였다. 이에 2022 개정 교육과정의 총론에서 밝히고 있는 역량 개념을 바탕으로 중학교 수학과 교육과정에서 역량 함양 교육을 다음과 같이 설정하여 교육과정을 개발하였다.

첫째, 역량의 세 범주인 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 모두 포괄하여 성취기준을 개발하였다. 수학 수업을 설계할 때 중점적으로 확인하는 것이 성취기준이다. 따라서, 성취기준을 개발할 때, 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 고르게 반영하게 된다면 교사에게는 용이한 준거가 되고 학생에게는 수학적 역량 함양에 도움이 될 것이다. 다만, 성취기준을 진술할 때, 가치·태도를 모든 성취기준에 포함시키는 것은 바람직하지 않을 수 있어서, 내용에 따라 일부의 범주를 제외할 수 있도록 하였다. 가급적 모든 성취기준에는 지식·이해와 과정·기능을 결합한 형태를 제시하고자 하였고, 일부 성취기준에는 가치·태도를 포함하였다.

둘째, 내용 체계(표)에 지식·이해뿐 아니라 과정·기능과 가치·태도를 포함하였다. 이번 교육과정에서는 내용 체계(표)에서 역량의 세 범주인 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 학교급별로 차이를 두어 지식·이해뿐 아니라 과정·기능과 가치·태도가 영역의 내용이나 학생의 성장에 따라 필요한 요소들을 구체적으로 나열하였다.

셋째, 수학 교과 역량을 목표와 내용 체계(표), 성취기준, 교수·학습 및 평가와도 연계하여 교육과정 전반에서 강조하도록 하였다. 2015 개정 수학과 교육과정에서는 교과 역량이 목표와 교수·학습 방법에서만 언급되어 선언적으로만 제시된 경향이 있었으나 목표, 내용 체계(표), 성취기준, 성취기준 해설, 성취기준 적용 시 고려사항, 교수·학습, 평가 전반에 걸쳐 역량 관련 내용이 제시됨으로써 역량 함양

교육과정의 방향이 일관되게 구현될 수 있도록 하였다.

2015 개정 수학과 교육과정에서의 수학 교과 역량이 학교 현장에 안착되면서 수학 수업과 평가의 변화가 조금씩 일어난 만큼, 2022 개정 수학과 교육과정에서의 변화를 통해 이전의 수학 교과 역량이 과정·기능과 가치·태도의 측면에서만 머무르지 않고 교육 목표로서 작동할 수 있도록 하였다.

## 2 미래 지향적 수학 학습 내용 재구조화

교육부에서는 2022 개정 교육과정에 대해 ‘교육환경 변화에 적극적으로 대응하기 위해 국가·사회적 요구를 반영하여 미래사회가 요구하는 포용성과 창의성을 갖춘 주도적인 인재 양성에 목표를 둔다.’라고 개정 방향을 통해 밝혔다. 이에 따라 2022 개정 수학과 교육과정에서는 미래사회의 변동성, 불확실성, 복잡성에 유연하게 대처하는 학습자 양성을 위해 총론과 연계하여 미래지향적 관점에서 수학교육의 방향을 모색하고 수학교육의 최근 동향을 고려하여 수학 학습 내용의 재구조화가 이루어졌다. 미래사회는 단편적 지식의 습득보다 핵심적인 개념 중심의 학습을 통해 전이가 높은 학습 내용을 삶의 맥락에 적용하고 실질적으로 문제를 해결하는 역량이 필요하다. 이를 위해 미래 산업사회의 시대적 변화에 대응하고 지능정보화 사회에 대비하기 위한 내용 재구조화가 이루어졌다.

또한, 수학 교과의 구조와 본질을 드러낼 수 있는 핵심 아이디어를 기반으로 수학 학습 내용을 재구조화하여 학습자의 삶과 연계한 깊이 있는 개념 학습과 탐구 능력을 함양할 수 있도록 하였다. 특별히 개정 교육과정에서는 2015 개정 수학과 교육과정에서 강조한 ‘실생활 중심 통계 교육’을 더욱 발전시켜 중학교에서 최근 통계 교육의 방향을 적극적으로 반영하여 통계 교육 재구조화가 이루어졌다. 구체적으로 중학교 수학과 교육과정과 밀접한 두 가지 사항을 중심으로 살펴보자.

### 가 핵심 아이디어 중심의 깊이 있는 학습 추구

2015 개정 수학과 교육과정에서는 핵심 개념을 중심으로 교육 내용을 재구조화함으로써 핵심 개념, 일반화된 지식, 내용 요소, 기능의 연계성을 확보하고자 하였지만, 2022 개정 수학과 교육과정에서는 영역별 핵심 아이디어를 설정하고 영역별 내용이 핵심 아이디어를 중심으로 구조화될 수 있도록 교육 내용을 재구조화하였다. 이를 통해 초·중학교 학교급 간 내용 연계성을 확보하고 수학 교과의 기본 구조를 중심으로 내용이 통합될 수 있도록 하였다.

포괄적 개념인 빅 아이디어는 교과 간의 연계·통합을 위해 활용될 수 있는 주제 또는 개념, 교과 고유의 중요한 교육 내용을 관통하는 교육 내용 선정 및 조직의 원리, 단편적 지식이나 기능이 아닌 상위적인 의미에서 교과의 핵심적인 교육 내용

으로 볼 수 있다. 이러한 빅 아이디어는 이해 대상과 이와 관계된 것을 연결하는데 활용될 수 있으며 이러한 연결로 이해의 과정에서 생성되는 의미가 풍부해진다 고 알려져 있다. 또한, 이해는 단순히 지적 활동이 이루어지는 상태만을 말하는 것이 아니라 새로운 상황에서도 지식과 기능을 효과적이고 유연하게 사용할 수 있는 전이성을 가진 것으로 설명하고 있다. 2022 개정 수학과 교육과정에서는 이러한 빅 아이디어 개념을 핵심 아이디어라고 규정하였다(이경화 외, 2022a). 이에 수학과 교육과정의 내용 영역 명칭을 핵심 아이디어를 중심으로 초·중학교에서 동일하게 설정하여 학교급 간에 내용 연계성을 강조하였고, 같은 맥락으로 수학과 교육과정 내용 체계(표)에서도 교육 내용과 관련하여 핵심적인 학습 경험의 의미를 핵심 아이디어로 기술하고, 소수의 핵심 아이디어를 중심으로 학습 내용을 엄선하여 교과 내 영역 간 내용 연계성 도모하였다.

중학교 수학과에서 핵심 아이디어는 주요 수학적 개념, 원리, 법칙 등이 어떻게 발생하여 어떻게 확장되며 그 결과로 어떤 일반성과 추상성을 획득하는지, 수평적으로 또는 수직적으로 어떻게 상호 연결되는지, 어떤 맥락이나 적용 및 탐구 과정과 증점적으로 관련되는지, 수학 학습의 결과로 어떤 가치와 태도가 형성될 수 있는지 등을 압축하여 제시한 것이다. 내용 영역별로 제시된 핵심 아이디어는 고립된 내용 요소를 단편적으로 학습하는 대신 중학교 전체를 관통하는 수학 학습 내용의 본질 또는 기본 구조 및 가치를 깊이 있게 학습하도록 안내할 수 있다. 핵심 아이디어는 수학 학습 과정에서 학생들의 회고학습과 예견학습을 촉진하고 전이가 높은 내용 중심으로 깊이 있는 학습을 추구하는 의미를 담고 있다. 그러므로 핵심 아이디어 중심의 내용 재구조화를 통해 통합적인 사고력과 탐구 능력을 바탕으로 원리나 일반화에 도달할 수 있으며 실제 세계에서 필요로 하는 지식과 기능을 습득하여 학습의 전이력을 높일 수 있다. 수학과 내용 조직에서 핵심 아이디어는 수학 내용 체계(표)의 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 범주를 아우를 수 있도록 제시하되 지식·이해의 측면에서 어떤 본질을 드러낼 수 있는지를 명확히 나타내고자 하며, 여러 성취기준을 아우르면서 학생들이 영속적으로 이해해야 하는 것이 무엇인지 드러내고자 하였다.

#### 나 실생활 자료 중심의 통계 내용 재구조화

중학교 수학과 교육과정에서 미래지향적 내용 선정에 있어 기존의 교육 내용에서 큰 변화가 요구되는 부분은 ‘자료와 가능성’ 영역이다. 지난 2015 개정 수학과 교육과정에서도 실제 자료를 수집, 정리, 분석하는 과정을 통해 미래를 예측하는 통계적 탐구 과정의 경험과 공학 도구의 활용이 강조되었다. 이에 2022 개정 수학과 교육과정의 시안 개발 연구에서도 통계적 소양 신장을 위해 2015 개정 교육과정의 ‘확률과 통계’의 내용 요소에 대한 검토 및 재구성의 필요성을 강조하였다.

이에 따라 2022 개정 중학교 수학과 교육과정에서는 실생활 중심 통계적 소양 함양에 필요한 학습 내용을 구체적으로 도출하고, 이를 기반으로 학습 내용의 양과 수준에 따라 중학교 1, 2, 3학년 학습 내용의 재구조화가 이루어졌다. 2022 개정 수학과 교육과정은 실생활 활용을 강조하여 수학의 유용성과 가치를 인식하고, 자료와 가능성 영역에서 데이터 소양을 강화하여 통계적 문제해결을 강화함과 동시에 2015 개정 수학과 교육과정에서 쟁점이 된 내용을 중심으로 재구조화가 이루어졌다.

### 3 학생의 삶과 성장을 지원하는 교수·학습 및 평가 모색

중학교 수학과 교육과정의 교수·학습 및 평가는 학생의 지속적인 성장을 도모할 수 있도록 방향성을 설정하였고 학생의 주도적 수학 학습, 개별 맞춤형 지도, 과정을 중시하는 평가 등을 기반으로 개발되었다.

#### 가 학생의 주도적 수학 학습을 위한 교수·학습 방법 제시

교육부는 ‘학습자의 삶과 성장을 지원하는 맞춤형 교육과정’을 교육과정 개정의 중점사항 중 하나로 제안하였다(2021.11.24.). 학습자 스스로 목적의식을 가지고 자신의 진로와 적성을 바탕으로 주도적 학습을 설계하도록 지원할 것을 권고하면서 이른바 학습자 주도성 함양을 위한 교육과정 설계와 운영을 권장하였다. 이를 반영한 학습 주도성은 2022 개정 교육과정에서 주요 과제였다. 수학 학습의 주체인 학생이 스스로 수학 학습을 계획하고 실행하며 반성할 수 있어야 한다. 수학과에서도 학생의 주도적 수학 학습을 권장하기 위해 교수·학습 방법에 그 내용을 구체적으로 제시하였다. 또한, 학생들이 수학 학습에 주도적으로 참여하는 교수·학습 환경과 분위기를 조성하도록 교사가 수업에서 고려할 점을 제시하였다.

#### 나 학생 맞춤형 수학 교수·학습 방법 제시

중학교 수학 수업에서는 학생의 수준차는 매우 다양하고, 학생의 진로와 적성을 고려한 수학 학습에 대한 인식도 매우 다르다. 학생들의 수학 학습 방식, 경험, 지식이 각기 다르므로 학생 맞춤형 교수·학습을 제공하는 것이 필요하다. 이에 2022 개정 수학과 교육과정에서는 학생 맞춤형 교수·학습이 학생의 학습 수준이나 사고방식을 고려할 뿐 아니라 교실 문화, 온라인 학습 시스템 등을 활용하여 가능해질 것이라 보고, 그 방안을 교수·학습 방법에 구체적으로 제시하였다. 또한, 학생 개인의 특성이 평가상에서 불이익을 갖지 않도록 평가의 방향에서 원칙적인 측면을 기술하였다.

#### 다 과정을 중시하는 평가 방향과 방법 제시

2015 개정 수학과 교육과정에서는 과정중심평가에 대해 제안하였다. 이러한 기초를 이어 받아 2022 개정 수학과 교육과정에서도 학생의 지속적인 성장을 뒷받침하

기 위해 과정을 증시하는 평가를 시행하기 위한 방향과 방법을 ‘평가의 방향’과 ‘평가 방법’에 구체적으로 제시하였다.

#### 4 총론과 수학과 교육과정의 일관성 확보

교육부는 학생들이 미래 사회 변화에 대응할 수 있는 기초소양 및 역량을 함양할 수 있는 교육과정의 개선을 제시하였다. 이를 반영하여 중학교 수학과 교육과정에서도 다양한 사항을 고려하여 새로운 교육과정을 개발하였다.

##### 가 기초소양 함양

교육부는 기초소양으로 언어 소양, 수리 소양, 디지털 소양을 규정하였다. 교과 학습에 필요한 기초소양을 총론과 각 개별 교과에 반영하도록 하였는데, 수학과 교육과정에서도 이를 반영하여 교육과정을 개발하였다. 교육부에서 제시한 기초소양의 의미는 <표 I-2>에 제시한 것과 같다.

중학교 수학 교과는 기본적으로 수리 소양을 신장시킬 수 있는 가장 핵심적인 교과이지만, 언어 소양과 디지털 소양 또한 수학과 교육과정을 통해 고려해야 하는 기초소양이다. 이에 언어 소양과 디지털 소양을 함양할 수 있도록 교수·학습의 방향에 제시하였다. 구체적으로는 디지털 소양의 경우, 공학 도구를 활용하는 것으로 명시적으로 제시하였고, 언어 소양은 교과서와 문장제를 활용하는 방식 등으로 제시하였다. 디지털 소양의 경우에는, 공학 도구 활용 시의 평가 방법에 대해서도 평가 방법에 제시하면서 수학 교과의 교육 내용 전반에서 공학 도구 활용을 통한 디지털 소양을 강화하였다.

##### 나 민주 시민 교육과 생태전환 교육

2022 개정 수학과 교육과정에서는 국가·사회적 요구사항인 민주 시민 교육과 생태전환 교육에 대한 부분도 반영하였다. 민주 시민 교육의 경우, 수학을 학습함으로써 학생들은 합리적 의사결정 능력과 민주적 소통 능력을 함양할 수 있기 때문에 이전 수학과 교육과정에서도 존재해 왔었다. 이에 2022 개정 수학과 교육과정에서도 수학과 성격에서 수학을 통해 민주 시민과 세계공동체 일원으로서 성장할 수 있음을 명시하고, 교수·학습의 방향에서 범교과 학습 주제로 민주 시민을 다루어 수학교육 내에서도 민주 시민 교육이 가능하도록 하였다. 생태전환 교육의 경우, 수학 교과와 다소 거리가 있어서 직접적으로 언급하는 것은 간단하지 않았다. 이에 수학 교과의 특성과 학습 필요성을 제안하는 성격보다는 ‘성취기준 적용 시 고려 사항’에서 성취기준과 관련한 내용을 다룰 때 생태전환 교육이 가능한 경우를 명시하였다.

#### 다 온라인 교육 환경 활용

전염병의 대확산을 계기로 학교 교육에서 원격수업의 도입 등의 혁신적 변화가 일어났다. 이에 2022 개정 수학과 교육과정에서도 원격수업과 공학 도구 활용과 관련하여 ‘교수·학습’ 및 ‘평가’에서 방향과 방법을 제시하였다. 온라인 교육과 관련된 사안은 학교 교육에 대한 지나친 제약을 주지 않으면서 교육 환경의 개선과 활용을 도모할 수 있도록 하였다. 구체적으로는 교수·학습의 방향에서 온라인 교수·학습 운영에 대한 원칙을 제시하였고, 교수·학습 방법에서 온라인 환경의 교수·학습 방법을 제시하였다. 또한, 교수·학습과 일관되게 평가가 이루어질 수 있도록 평가의 방향과 평가 방법에서도 이에 대한 내용을 제시하였다.

#### 라 범교과 학습 주제 및 타 교과 연계 학습

2022 개정 교육과정과 관련하여 교육부는 창의적 체험 활동 및 범교과 학습 주제를 개선하겠다고 밝히면서 교과 교육과정에서 안전·건강, 인성, 진로, 민주 시민, 인권, 다문화, 통일, 독도, 경제·금융, 환경·지속가능발전 등의 10가지 범교과 학습 주제를 반영할 것을 요구하였다. 이에 따라 2022 개정 수학과 교육과정에서는 범교과 학습 주제를 현상이나 소재로 활용할 것을 교수·학습의 방향에 제시하고, 교수·학습 방법에서도 범교과 학습 또는 타 교과와의 연계를 고려하여 수학 교수·학습 과정을 설계하도록 안내하였다.

#### 마 진로연계교육 및 기초학력 보장

교육부는 학생들이 상급 학교로 진학하기 전인 초등학교 6학년, 중학교 3학년, 고등학교 3학년의 2학기 중 일부 기간을 활용하여 학교급별 연계 및 진로 교육을 강화하는 진로연계교육을 운영한다고 밝혔다(교육부, 2021). 이에 2022 개정 중학교 수학과 교육과정에서는 중학교 3학년 과정에서 학교급 전환에 따른 수학 내용과 수업 방법의 변화에 대비할 수 있도록 교수·학습의 방향에 이를 제시하였다.

### 5 학생·교사 교육과정 자율성과 실행 지원을 위한 문서 체제 정교화

2022 개정 수학과 교육과정의 문서 체제는 타 교과와의 통일성을 유지하면서 개발되었다. 2022 개정 수학과 교육과정은 학교·교사가 자율적으로 교육과정을 재구성하고 수업을 실행할 수 있는 기반을 마련하기 위해 문서 체제를 정교화하는 것을 개정 방향으로 설정하고, 구체적으로 개발을 실행하였다. 학교·교사가 자율적으로 교육과정을 재구성하고 실행하기 위해서는 국가 교육과정이 제약이 되지 않으면서도 방향성을 제공하고 교육과정의 가독성을 높여 독자의 이해도를 제고하는 방향으로 문서화될 필요가 있었다. 이에 이번 개정 수학과 교육과정 문서 체제에 대한 이

해도를 높이고, 교육과정 실행을 지원하기 위해서 교육과정 문서 체제의 형식과 내용을 보다 정교화하였다. 이를 위해 문서 체제의 구성 요소로 ‘교육과정 설계의 개요’를 신설하였고, 교과 역량과 핵심 아이디어를 나타내는 ‘내용 체계(표)’의 설계, ‘성취기준 해설’과 ‘영역별 성취기준 적용 시 유의 사항’에 대한 추가, ‘교수·학습 및 평가의 방향’의 내용 선정 등을 학교·교사가 어떻게 모색하면 되는지 안내할 수 있도록 교육과정 문서 전체의 일관성을 강화하면서도 학교·교사가 실행하는 데 도움이 될 수 있도록 교육과정 문서 체제를 정교화하였다.

**가 교육과정 설계의 개요 신설**

중학교 수학과 교육과정이 무엇에 역점을 두고 설계되었는지 보여줄 수 있는 교육과정 설계의 개요 항목이 교육과정 문서 맨 앞에 제시하였다. 교육과정 설계의 개요에는 총론의 주요 방향과 수학 교과 교육과정의 연계, 수학 교과 구성 체계, 수학 교과의 영역 소개, 핵심 아이디어 선정 원리, 내용 체계(표)의 세 범주에 대한 설명, 수학 교과의 핵심 아이디어, 내용 체계(표) 등이 포함되었다. 이를 통해 교사가 어떻게 자율적으로 수업을 구현할 수 있는지를 보여주하고자 하였다.

**나 내용 체계 개선**

2022 개정 수학과 교육과정에서는 내용 체계(표)를 핵심 아이디어와 더불어 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 가지 범주로 설계하였다. 이를 통해 수학 교과의 내용이 구체적으로 구현될 수 있도록 하였다. 내용 체계(표)에는 지식·이해뿐만 아니라, 과정·기능, 가치·태도를 영역별로 제시하였다.

영역명				
범주	내용 요소			
	초등학교			중학교
	1~2학년	3~4학년	5~6학년	1~3학년
핵심 아이디어	• • •			
[지식·이해]	• •	• •	• •	• •
[과정·기능]	• •	• •	• •	• •
[가치·태도]	• •	• •	• •	• •

 [그림 I -1] 내용 체계(표) 양식

## 다 성취기준 해설 및 성취기준 적용 시 고려 사항 제시

2007 개정 수학과 교육과정까지는 교육과정 해설서가 개발되었으나 2009 개정 수학과 교육과정부터 해설서가 개발되지 않았다. 학교 현장에서 성취기준 해설서에 대한 요구는 높은 편이어서, 타 교과와 경우 2015 개정 교육과정에서 성취기준 아래에 ‘성취기준 해설’을 수록하기도 하였다. 이에 2022 개정 수학과 교육과정에서도 성취기준에 대한 해설과 함께, 성취기준 적용 시 고려 사항을 추가하였다.

구체적으로 성취기준 해설에서는 해당 영역 전체와 관련되는 수학 교과 능력이나 수학적 태도에 관한 내용을 우선적으로 기술하고, 개별 성취기준과 관련되어 수학 교과 능력이나 수학적 태도를 함양하기 위해 유의해야 하는 점을 성취기준 해설의 하위요소로 제시하였다.

그런데 모든 성취기준에 대해서 해설을 담은 것은 아니다. ‘성취기준 해설’에는 영역별로 제시된 성취기준 가운데 학교 현장에서 오해 및 혼동 등이 초래될 가능성이 있거나 추가적인 설명이나 강조가 반드시 필요한 경우, 성취기준의 의미나 취지에 초점을 두어, 성취기준의 설정 취지 및 의미가 다양하게 해석될 수 있거나 별도의 추가 설명이 필요한 경우에만 제시하였다. 특별히 새롭게 추가된 성취기준의 경우는 매우 자세한 해설을 제시하였다. 또한, ‘성취기준 적용 시 고려 사항’에는 해당 영역 고유의 특성을 고려하여 특별히 강조하거나 중요하게 다루어야 할 교수·학습 및 평가상의 주안점을 진술하고, 영역 내 모든 성취기준 각각에 대한 적용 시 고려 사항을 제시하는 것이 아니라 영역 전반에 걸쳐 교수·학습 및 평가의 주안점을 제시하였다. 추가적으로 한 개의 성취기준에 대한 사안은 해설에, 여러 성취기준에 대한 공통적인 사안은 고려 사항에 담는 식으로 해설과 고려 사항에 차이를 두었다.

결과적으로 2015 개정 수학과 교육과정에서 ‘교수·학습 방법 및 유의사항’과 ‘평가 방법 및 유의사항’에 담겼던 내용이, 성취기준 해설과 성취기준 적용 시 고려사항 두 항목에 구별하여 제시되었고, 특별히 2015 개정 수학과 교육과정의 ‘학습 요소’에 대한 항목은 성취기준 적용 시 고려 사항의 맨 앞부분에 제시하였다.

## 라 수학 교수·학습 및 평가 방안의 정교화

수학 교과와 특색에 맞는 교수·학습과 평가 방안을 교육과정에 제시하는 것은 매우 중요하다. 2022 개정 중학교 수학과 교육과정에서는 교수·학습 방안으로 설명식 교수, 토의·토론, 협력 학습, 탐구 학습, 프로젝트 학습, 수학적 모델링, 놀이 및 게임 학습을 교수·학습 방법에 제시하였다. 기존의 매체 및 도구 활용 학습은 공학 도구 활용과 관련된 정보처리 교수·학습 방법에서 다루도록 하고, 문제해결 관련 교수·학습 방법인 수학적 모델링을 교수·학습 방안의 하나로 제시하여 삶과

연계된 학습이 이루어질 수 있도록 하였으며, 수학과 특유의 교수·학습 방안으로 놀이 및 게임 학습을 새롭게 제시하였다. 평가 방안으로는 기존의 평가 방안을 제시하되 그 내용을 보다 정교하게 평가 방법에 제시하였다.

### 나 수학과 교육과정 문서 체제

<ul style="list-style-type: none"> <li>1. 성격</li> <li>2. 목표: 학교급별</li> <li>3. 내용 체계 및 성취기준                             <ul style="list-style-type: none"> <li>가. 내용 체계: 학교급별 내용 체계(표)</li> <li>나. 성취기준: 학년군별                                     <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 영역 명칭: 머리말, 성취기준</li> <li>(가) 학습 요소</li> <li>(나) 교수·학습 방법 및 유의 사항</li> <li>(다) 평가 방법 및 유의 사항</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>4. 교수·학습 및 평가의 방향                             <ul style="list-style-type: none"> <li>가. 교수·학습 방향                                     <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 교수·학습 원칙 (2) 교수·학습 방법</li> </ul> </li> <li>나. 평가 방향                                     <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 평가 원칙 (2) 평가 방법</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>0. 교육과정 설계의 개요</li> <li>1. 성격 및 목표                             <ul style="list-style-type: none"> <li>가. 성격</li> <li>나. 목표</li> </ul> </li> <li>2. 내용 체계 및 성취기준                             <ul style="list-style-type: none"> <li>가. 내용 체계                                     <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 영역 명칭: 내용 체계(표)</li> </ul> </li> <li>나. 성취기준: 학년군별                                     <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 영역 명칭: 성취기준   <ul style="list-style-type: none"> <li>(가) 성취기준 해설</li> <li>(나) 성취기준 적용 시 고려 사항</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul> </li> <li>3. 교수·학습 및 평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>가. 교수·학습                                     <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 교수·학습의 방향 (2) 교수·학습 방법</li> </ul> </li> <li>나. 평가                                     <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 평가의 방향 (2) 평가 방법</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>
2015 개정 문서체제	2022 개정 문서체제

 [그림 I-2] 2015개정 및 2022 개정 수학과 교육과정 문서 체제 비교

## 교육과정 설계의 개요

- 교과(목) 교육과정의 설계 방향에 대한 개괄적인 소개
- 교과(목)와 총론의 연계성, 교육과정 구성 요소(영역, 핵심 아이디어, 내용 요소 등)간의 관계, 교과 역량 등 설명

## 1. 성격 및 목표

- 성격** 교과(목) 교육의 필요성 및 역할 설명
- 목표** 교과(목) 학습을 통해 기르고자 하는 능력과 학습의 도달점을 총괄 목표와 세부 목표로 구분하여 제시

## 2 내용 체계 및 성취기준

- 내용 체계** 학습 내용의 범위와 수준을 나타냄
- **영역** : 교과(목)의 성격에 따라 기반 학문의 하위 영역이나 학습 내용을 구성하는 일차 조직자
- **핵심 아이디어** : 영역을 아우르면서 해당 영역의 학습을 통해 일반화 할 수 있는 내용을 핵심적으로 진술한 것. 이는 해당 영역 학습의 초점을 부여하여 깊이 있는 학습을 가능하게 하는 토대가 됨.
- **내용 요소** : 교과(목)에서 배워야 할 필수 학습 내용
  - 지식·이해 : 교과(목) 및 학년(군)별로 해당 영역에서 알고 이해해야 할 내용
  - 과정·기능 : 교과 고유의 사고 및 탐구 과정 또는 기능
  - 가치·태도 : 교과 활동을 통해 기를 수 있는 고유한 가치와 태도

**성취 기준** 영역별 내용 요소(지식·이해, 과정·기능, 가치·태도)를 학습한 결과 학생이 궁극적으로 할 수 있거나 할 수 있기를 기대하는 도달점

- **성취기준 해설** : 해당 성취기준의 설정 취지 및 의미, 학습 의도 등 설명
- **성취기준 적용 시 고려 사항** : 영역 고유의 성격을 고려하여 특별히 강조하거나 중요하게 다루어야 할 교수·학습 및 평가의 주안점, 총론의 주요 사항과 해당 영역의 학습과의 연계 등 설명

## 3. 교수·학습 및 평가

- 교수·학습**
  - **교수·학습의 방향** : 교과(목)의 목표를 달성하기 위한 교수·학습의 원칙과 중점 제시
  - **교수·학습 방법** : 교수·학습의 방향에 따라 교과(목) 수업에서 활용할 수 있는 교수·학습 방법이나 유의 사항 제시
- 평가**
  - **평가의 방향** : 교과(목)의 목표를 달성하고 학습을 지원하기 위한 평가의 원칙과 중점 제시
  - **평가 방법** : 평가의 방향에 따라 교과(목)의 평가에서 활용할 수 있는 평가 방법이나 유의 사항 제시

 [그림 I -3] 2022 개정 수학과 교육과정 문서 체제

2022 개정 수학과 교육과정의 문서 체제는 교육과정 설계의 개요를 통해 한눈에 알 수 있다. 중학교에 해당하는 공통 교육과정 설계의 개요에서는 크게 여섯 가지 내용으로 구성된다.

### ① 총론의 주요 방향과 수학과 교육과정의 연계 내용

2022 개정 교육과정의 개정 중점 및 총론 핵심역량과 수학과에서 추구하는 역량이 어떻게 연계되어 있는지를 중심으로 제시하였다. 총론은 ‘포용성과 창의성을 갖춘 주도적인 사람’을 비전으로 2022 교육과정 개정의 중점으로 첫째, 미래 사회가 요구하는 역량 함양이 가능한 교육과정, 둘째, 학습자의 삶과 성장을 지원하는 교육과정, 셋째, 지역·학교 교육과정 자율성 확대 및 책임교육 구현, 넷째, 디지털·AI 교육 환경에 맞는 교수·학습 및 평가체제 구축을 제시하였다. 이에 총론 핵심역량이 수학 교과 역량으로 함양되는 방향을 연계하여 서술하고, 수학과 교육과정의 교수·학습 및 평가를 통해 총론의 주요 방향이 실현되는 것을 설명하였다.

총론 교육과정에서는 교육 환경 변화에 대처하고 국가·사회적 요구를 반영하여 미래 사회가 요구하는 ‘포용성과 창의성을 갖춘 주도적인 사람’이라는 인간상을 제시하였다. 또한, 학생의 삶과 성장을 지원하며 ‘자기 관리, 지식정보처리, 창의적 사고, 심미적 감성, 협력적 소통, 공동체’ 역량을 중점적으로 기르고, 수리 소양, 디지털 소양, 언어 소양의 기초소양 함양도 강조하였다. 이에 수학과 교육과정은 총론의 핵심역량과 연계하여 ‘문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리’ 역량을 수학 교과 역량으로 설정하고, 핵심 아이디어와 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 범주로 내용 체계를 구성하여 수학 교과 역량 함양을 지원하도록 설계하였다. 아울러 기초소양의 함양과 생태전환 교육, 민주 시민 교육, 학생 맞춤형 교육을 도모하는 교수·학습 및 평가 방법을 제시하였다. 또한, 학생 주도성 개념을 바탕으로 학생의 삶과 성장을 지원하고 온라인 교육 환경에서 교수·학습 및 평가를 할 수 있도록 하였다.

### ② 교과 구성 체계 제시

성격, 목표, 내용 체계, 성취기준, 교수·학습 및 평가의 작성 근거와 연계성을 중심으로 제시하였다. 수학과 교육과정의 각 항목이 제시하는 내용을 설명하고, 항목 간 연결성 및 관계를 설명하였다.

수학과 교육과정은 성격, 목표, 내용 체계, 성취기준, 교수·학습, 평가로 구성하였다. ‘성격’에는 수학과만의 고유한 특성과 수학 학습의 필요성을 제시하였다. ‘목표’는 총괄 목표와 세부 목표로 구성하였는데, 총괄 목표는 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 통합적으로 학습하여 수학 교과 역량을 함양하는 것으로, 세부 목표는 문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리 역량을 각각 함양하는 것으로 설정하였다. ‘내용 체계’

는 영역별 핵심 아이디어와 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 범주로 구성하였다. '성취기준'에는 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 학습한 도달점으로 구체적인 성취 내용을 제시하였고, '성취기준 해설'과 '성취기준 적용 시 고려 사항'에는 성취기준의 취지, 범위 등 수학과 성취기준의 고유한 측면을 해석하고 적용할 때 고려할 수 있는 정보를 제시하였다. '교수·학습'과 '평가'에는 수학 교과 역량 및 총론의 개정 중점을 반영하여 교수·학습 및 평가의 방향과 방법을 제시하였다.

### 3 영역 소개

수학 교과 영역의 구성을 중심으로 교과 내 영역 구성의 원리 및 특성을 제시하였다. 특히, 2015 개정 교육과정과 다르게 2022 개정 교육과정에서는 초·중학교의 영역을 동일하게 설정하고 학생들이 초·중학교를 관통하는 핵심적인 대상과 개념을 연계하여 학습할 수 있도록 구성된 부분을 설명하여 영역 명칭의 변화 근거를 설명하였다.

수학과의 영역은 초·중학교에서 다루는 수학적 대상과 기본적인 개념을 드러내는 '수와 연산', '변화와 관계', '도형과 측정', '자료와 가능성'으로 구성하였다. 초·중학교의 영역을 동일하게 설정하여 내용 체계(표)를 구성함으로써 초·중학교를 관통하는 핵심적인 대상과 개념을 학습하도록 하였다. 초·중학교의 4개 영역은 고등학교의 수학 공통 과목이나 선택 과목을 학습하는 데 기초가 되는 내용을 전반적으로 다룬다.

### 4 핵심 아이디어의 도출 및 생성 과정

수학 내용의 본질과 가치를 보여주는 핵심 아이디어와 내용 체계 간의 관련성 및 연계성을 포함하여 수학 교과 핵심 아이디어의 도출 및 생성 과정을 제시하였다. 2022 개정 교육과정에서 처음 소개되는 핵심 아이디어의 개념을 독자들이 이해할 수 있도록 핵심 아이디어 기술의 원리를 제시하였다.

내용 체계(표)에서 핵심 아이디어는 학년군 또는 학교급을 관통하는 수학 내용의 본질 또는 가치를 보여주며, 학생들이 핵심 아이디어를 향한 깊이 있는 학습을 추구하게 하였다. 수학과의 핵심 아이디어는 주요한 수학의 개념, 원리, 법칙 등이 어떻게 발생하고 확장되며 그 결과로 어떤 일반성과 추상성을 획득하는지, 수평적으로 또는 수직적으로 어떻게 상호 관련되는지, 어떤 탐구 과정을 중점적으로 강조하는지 등을 압축하여 제시한 것이다. 핵심 아이디어는 수학 학습 과정에서 전이가가 높은 내용을 담은 문장으로 기술하였다.

## 5 내용 체계의 세 범주

내용 체계(표)와 성취기준 간의 관련성 및 연계성을 제시하였다. 수학 교과 고유의 특성을 반영하여 지식·이해는 수학의 핵심적인 개념, 원리, 법칙임을, 과정·기능은 수학을 학습할 때 교과 역량이 발현되는 사고 과정이나 기능임을, 가치·태도는 수학을 학습하면서 학생들이 갖게 되는 태도와 실천임을 밝히고 각각의 구성 원리를 설명하였다.

내용 체계(표)의 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도는 수학 교과 역량을 함양하는 데 필요한 핵심 요소로 구성하였다. 지식·이해 범주는 수학의 핵심적인 개념, 원리, 법칙 등을 학년군별로 구분하여 제시하였다. 초·중학교의 지식·이해 범주는 학년군에 따라 위계성을 가지며, 영역 간에도 위계성을 고려하여 구성하였다. 과정·기능 범주는 수학의 개념, 원리, 법칙 등을 학습할 때 5가지 교과 역량이 발현되는 사고 과정이나 기능을 보여주도록 구성하였다. 가치·태도 범주는 수학을 학습하면서 학생들이 갖게 되는 태도와 실천적인 성향을 나타낸 것으로, 수학의 가치를 인식하고 수학적 태도를 함양할 수 있게 구성하였다. 내용 체계(표)의 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도는 성취기준 개발의 근거가 된다.

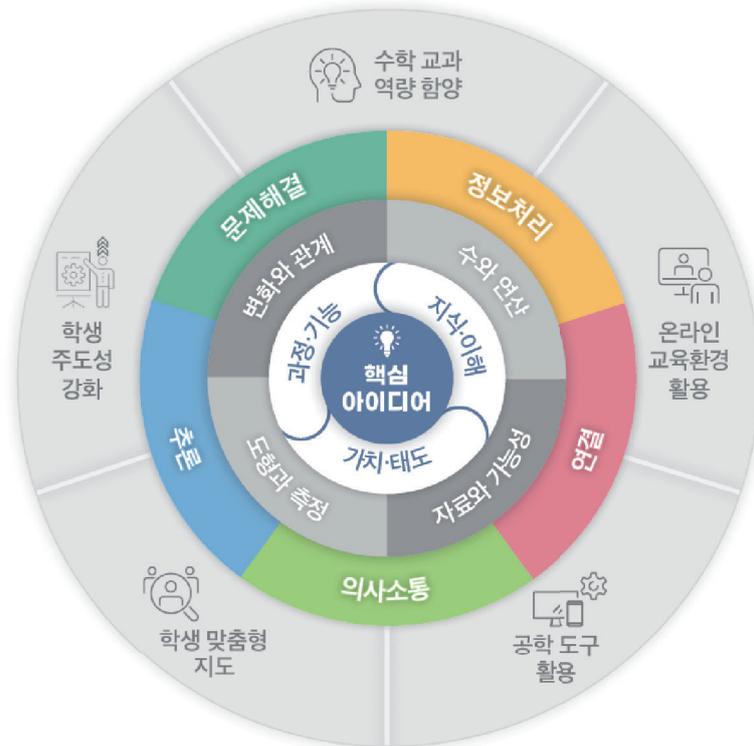
## 6 수업 설계의 지향점

수학 교과의 핵심 아이디어, 내용 체계 등 수학과 교육과정의 각 항목을 활용하여 교사가 어떻게 자율적으로 수업을 구현할 수 있는지 제시하였다. 교육과정의 각 항목을 수업 설계에 적용할 수 있는 부분을 설명함으로써 교사가 교육과정을 적절히 활용하여 국가 교육과정의 취지를 잘 반영하도록 하는 항목이다. 2022 개정 수학과 교육과정에서 학생들의 깊이 있는 학습은 핵심 아이디어의 추구 또는 도달로 보고 있으며, 학생들이 수학을 학습한 결과로서 오랫동안 기억하게 되길 바라는 내용을 핵심 아이디어로 설정하였으므로 교사가 수학 수업을 계획할 때 '핵심 아이디어'를 통해 전체를 관통하는 관점을 파악하도록 제안하였다. 이후 내용 체계의 세 범주를 확인하여 중점이 되는 내용 요소를 파악하고 세부적인 수업 내용과 방법을 구체화하도록 성취기준 이하를 확인하여 교과의 구조나 핵심을 파악하도록 안내하였다.

수학 수업을 계획할 때 교육과정을 다음과 같이 활용할 것을 권장한다. 먼저 내용 체계(표)의 '핵심 아이디어'를 통해 영역 전체를 아우르거나 관통하는 관점을 파악한다. 다음으로 내용 체계(표)의 '지식·이해, 과정·기능, 가치·태도'를 확인하여 중점을 두어야 하는 내용을 확인한다. 이어서 '성취기준, 성취기준 해설, 성취기준 적용 시 고려 사항', '교수·학습 및 평가'를 확인하여 세부적인 수업 내용과 방법을 구체화한다. 수업 계획이 성취기준 학습에만 그치지 않고 여러 성취기준을 아우르거나 관통하는 핵심 아이디어를 구성하는 데에 기여하는지 점검하여 보완한다.

## 7 교육과정 설계의 개요에 대한 도식

교육과정 설계의 개요 그림은 수학과 교육과정의 교수·학습 및 평가의 강조사항을 주변에 표현하였다. 수학 수업을 계획할 때 교육과정을 활용하는 과정과 맞닿도록 깊이 있는 학습을 위한 핵심 아이디어를 가장 중심에 두고 내용 체계(표)의 ‘지식·이해, 과정·기능, 가치·태도’를 곁에 쓰는 형식으로 표현하여 핵심 아이디어와의 긴밀성을 표현하였다. 총론과 수학과와의 연계를 드러내면서 각 영역을 학습하면서 함양해야 할 수학적 역량을 제시하고 사회의 변화와 요구를 반영한 교수·학습을 나타내는 수학 교과 역량 함양, 원격교육의 필요성과 인공지능 기술 발달에 따른 온라인 교육 환경과 공학 도구 활용, 학생 발달 단계나 학교급별 전환기 교육 등의 학생 맞춤형 지도, 학습자 스스로 목적의식으로 주도적으로 설계해 나가는 학생 주도성 강화를 동심원 형태로 제시하였다.



[그림 I -4] 2022 개정 수학과 교육과정 설계의 개요 도식  
(교육부, 2022a, p.5)

## 다 내용 체계

### 1 수와 연산 영역

☐ <표 I-6> 중학교 수와 연산 영역 내용 체계(표)

핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 사물의 양은 자연수, 분수, 소수 등으로 표현되며, 수는 자연수에서 정수, 유리수, 실수로 확장된다.</li> <li>● 사칙계산은 자연수에 대해 정의되며 정수, 유리수, 실수의 사칙계산으로 확장되고 이때 연산의 성질이 일관되게 성립한다.</li> <li>● 수와 사칙계산은 수학 학습의 기본이 되며, 실생활 문제를 포함한 다양한 문제를 해결하는 데 유용하게 활용된다.</li> </ul>		
범주 구분	내용 요소		
	중학교		
	1~3학년		
지식·이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 소인수분해</li> <li>● 정수와 유리수</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 유리수와 순환소수</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 제곱근과 실수</li> </ul>
과정·기능	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 최대공약수와 최소공배수 구하기</li> <li>● 정수, 유리수, 실수의 대소 관계 판단하기</li> <li>● 정수, 유리수, 근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 탐구하고 계산하기</li> <li>● 유리수와 순환소수의 관계 설명하기</li> </ul>		
가치·태도	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 음수, 무리수의 필요성 인식</li> <li>● 실생활에서 사칙계산의 유용성 인식</li> <li>● 수 체계의 논리적 아름다움에 대한 관심</li> <li>● 정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이용하는 문제의 풀이 과정과 결과를 반성하는 태도</li> </ul>		

## 2 변화와 관계 영역

 <표 I-7> 중학교 변화와 관계 영역 내용 체계(표)

범주	구분	내용 요소		
		중학교		
		1~3학년		
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 변화하는 현상에 반복적인 요소로 들어있는 규칙은 수나 식으로 표현될 수 있으며, 규칙을 탐구하는 것은 수학적으로 추측하고 일반화하는 데 기반이 된다.</li> <li>● 동치 관계, 대응 관계, 비례 관계 등은 여러 현상에 들어있는 대상들 사이의 다양한 관계를 기술하고 복잡한 문제를 해결하는 데 유용하게 활용된다.</li> <li>● 수와 그 계산은 문자와 식을 사용하여 일반화되며, 특정한 관계를 만족시키는 미지의 값은 방정식과 부등식을 해결하는 적절한 절차를 거쳐 구해진다.</li> <li>● 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 나타내는 함수와 그 그래프는 변화하는 현상 속의 다양한 관계를 수학적으로 표현한다.</li> </ul>			
	지식·이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 문자의 사용과 식</li> <li>● 일차방정식</li> <li>● 좌표평면과 그 그래프</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 식의 계산</li> <li>● 일차부등식</li> <li>● 연립일차방정식</li> <li>● 일차함수와 그 그래프</li> <li>● 일차함수와 일차방정식의 관계</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 다항식의 곱셈과 인수분해</li> <li>● 이차방정식</li> <li>● 이차함수와 그 그래프</li> </ul>
과정·기능	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 식의 값과 함숫값 구하기</li> <li>● 다항식의 연산 원리에 따라 계산하기</li> <li>● 식을 간단히 하기</li> <li>● 등식의 성질과 부등식의 성질 설명하기</li> <li>● 방정식과 부등식 풀기</li> <li>● 방정식, 부등식, 함수와 관련된 문제해결하기</li> <li>● 상황이나 관계를 표, 식, 그래프로 나타내기</li> <li>● 주어진 그래프 해석하기</li> <li>● 일차함수의 그래프와 이차함수의 그래프의 성질 설명하기</li> <li>● 일차함수의 그래프와 미지수가 2개인 일차방정식의 해 사이의 관계 설명하기</li> </ul>			
가치·태도	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 문자의 유용성 인식</li> <li>● 순서쌍과 좌표, 그래프 등 수학적 표현의 유용성과 편리함 인식</li> <li>● 방정식, 부등식, 함수의 필요성 인식</li> <li>● 실생활, 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 수학적 모델링을 통해 해결하려는 도전적인 태도</li> <li>● 체계적으로 사고하여 합리적으로 의사 결정하는 태도</li> <li>● 타당한 근거에 따라 논리적으로 설명하는 태도</li> </ul>			

3 도형과 측정 영역

 <표 I -8> 중학교 도형과 측정 영역 내용 체계(표)

<p>핵심 아이디어</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 평면도형과 입체도형은 여러 가지 모양을 범주화한 것이며, 각각의 평면도형과 입체도형은 고유한 성질을 갖는다.</li> <li>● 도형의 성질과 관계를 탐구하고 정당화하는 것은 논리적이고 비판적으로 사고하는 데 기반이 된다.</li> <li>● 측정은 여러 가지 속성의 양을 비교하고 속성에 따른 단위를 이용하여 양을 수치화함으로써 여러 가지 현상을 해석하거나 실생활 문제를 해결하는 데 활용된다.</li> </ul>		
<p>범주</p>	<p>구분</p> <p>내용 요소</p>		
	<p>중학교</p>		
	<p>1~3학년</p>		
<p>지식·이해</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 기본 도형</li> <li>● 작도와 합동</li> <li>● 평면도형의 성질</li> <li>● 입체도형의 성질</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 삼각형과 사각형의 성질</li> <li>● 도형의 닮음</li> <li>● 피타고라스 정리</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 삼각비</li> <li>● 원의 성질</li> </ul>
<p>과정·기능</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 점, 직선, 평면의 위치 관계를 다양한 상황과 연결하기</li> <li>● 도형의 성질 설명하기</li> <li>● 삼각형의 작도 과정 설명하기</li> <li>● 삼각형의 합동과 닮음 판별하기</li> <li>● 도형의 길이, 넓이, 겹넓이, 부피 구하기</li> <li>● 구체적인 모형이나 공학 도구 이용하기</li> <li>● 도형의 성질을 정당화하기</li> <li>● 닮음비 구하기</li> <li>● 간단한 삼각비의 값 구하기</li> <li>● 삼각비를 활용하여 문제해결하기</li> </ul>		
<p>가치·태도</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 증명의 필요성 인식</li> <li>● 피타고라스 정리, 삼각비의 유용성 인식</li> <li>● 피타고라스 정리, 삼각비에 대한 흥미와 관심</li> <li>● 도형의 성질을 이용한 건축물, 문화유산, 예술 작품에 대한 흥미와 관심</li> <li>● 다양한 정당화 방법을 이용하여 체계적으로 사고하고 타인을 합리적으로 설득하려는 태도</li> <li>● 정당화를 통해 수학적 근거를 바탕으로 비판적으로 사고하는 태도</li> </ul>		

#### 4 자료와 가능성 영역

☒ <표 I-9> 중학교 자료와 가능성 영역 내용 체계(표)

<b>핵심 아이디어</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자료를 수집, 정리, 해석하는 통계는 자료의 특징을 파악하고 두 집단을 비교하며 자료의 관계를 탐구하는 데 활용된다.</li> <li>● 사건이 일어날 가능성을 여러 가지 방법으로 표현하는 것은 불확실성을 이해하는 데 도움이 되며, 가능성을 확률로 수치화하면 불확실성을 수학적으로 다룰 수 있게 된다.</li> <li>● 자료를 이용하여 통계적 문제해결 과정을 실천하고 생활 속의 가능성을 탐구하는 것은 미래를 예측하고 합리적인 의사 결정을 하는 데 기반이 된다.</li> </ul>		
<b>범주</b>	<b>구분</b>	내용 요소	
		중학교	
		1~3학년	
<b>지식·이해</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 대푯값</li> <li>● 도수분포표와 상대도수</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 경우의 수와 확률</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 산포도</li> <li>● 상자그림과 산점도</li> </ul>
<b>과정·기능</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 적절한 대푯값을 선택하여 구하기</li> <li>● 자료를 표, 그래프로 나타내고 해석하기</li> <li>● 통계적 탐구 문제 설정하기</li> <li>● 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하고 분석하기</li> <li>● 확률의 기본 성질 탐구하기</li> <li>● 자료의 분포를 비교하고 설명하기</li> <li>● 자료의 상관관계 설명하기</li> </ul>		
<b>가치·태도</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 대푯값, 상대도수, 상자그림의 유용성 인식</li> <li>● 공학 도구를 이용한 자료 수집과 분석의 편리함과 유용성 인식</li> <li>● 자신의 삶과 연계된 확률과 통계에 대한 흥미와 관심</li> <li>● 통계적 문제해결 과정에 주도적으로 참여하는 태도</li> <li>● 체계적으로 사고하여 합리적으로 의사 결정하는 태도</li> <li>● 확률 및 통계적 근거를 바탕으로 비판적으로 사고하는 태도</li> </ul>		

## 라 영역별 주요 쟁점 및 변화

### 1 중학교 수학 내용 선정의 방향

2022 개정 교육과정에 따른 중학교 수학과 교육과정의 내용 선정을 위한 방향은 초등학교와 중학교 수학과 교육과정과의 연계성 강화, 내용 체계(표)에 따른 학습 내용의 재구성, 현장 수용성 높은 기하 교수·학습 방법의 내실화, 통계적 소양 함양을 위한 통계 내용의 재구조화의 네 가지이다.

첫째, 초등학교와 중학교 수학과 교육과정과의 연계성 강화를 위해 2022 수학과 교육과정 문서에서 초등학교와 중학교의 내용 영역, 내용 체계(표)의 핵심 아이디어와 지식·이해의 하위 내용 영역을 통일하였다. 이를 통해 초등학교와 중학교의 학습 내용을 관통하거나 아우르는 큰 개념과 두 학교급의 일관된 교수·학습의 초점을 보다 명시적으로 제시함으로써 한층 구조화된 교육과정으로 거듭나게 되었다. 특히, 내용 영역과 내용 체계(표)의 지식·이해의 하위 내용 영역을 일관되게 선정함으로써 학교급 간 내용 요소의 위계성과 연속성을 강조하였다.

둘째, 내용 체계(표)에 따른 학습 내용을 재구성하기 위해 내용 영역의 변화에 따라 성취기준을 재구성하고, 수학 교과 역량 함양 및 교수·학습의 방향을 고려하여 재구조화하여 제시하였다. 2015 개정 수학과 교육과정의 ‘문자와 식’, ‘함수’ 영역을 ‘변화와 관계’ 영역으로 통합하여 변화하였고, 2015 개정 수학과 교육과정의 ‘기하’ 영역과 ‘확률과 통계’ 영역은 각각 ‘도형과 측정’ 영역과 ‘자료와 가능성’ 영역으로 변화됨에 따라 성취기준을 재구성하였다. 이때 성취기준에 따른 학습자의 수학적 역량 함양을 명확히 하고, 교수·학습의 방향을 안내하기 위해 성취기준을 상세화하였다. 또한, 성취기준에 따른 학습량을 고려하여 지나치게 학습량이 적은 성취기준은 관련 타 성취기준과 통합하거나, 성취기준이 포함하는 학습 내용의 특성이나 성취기준 진술의 일관성을 확보하기 위해 관련 성취기준을 재구조화하였다.

셋째, 현장 수용성 높은 기하 교수·학습 방법의 내실화를 위해 대국민 의견 수렴 결과를 반영하여 정당화 활동과 관련한 성취기준, 성취기준 해설, 성취기준 적용 시 고려사항을 재구조화하였다. 2009 개정 교육과정과 2015 개정 교육과정의 기하 영역에서는 논증 기하 교육이 증명에서 정당화로 그 외연이 확장되었음을 구체적인 방법의 제시와 함께 강조해왔다. 그럼에도 불구하고, 김동원 외(2020)의 연구, 1차와 2차 재구조화 연구, 대규모 국민 의견 수렴 결과에서는 도형의 성질을 정당화하는 과정에서 학생들이 의미 있게 증명을 학습할 수 있는 기회를 제공할 것을 일관되게 강조하고 있다. 이는 수학에서 그 고유한 방법론인 ‘증명’을 학습자의 부담이 높아지지 않는 선에서 다룰 필요가 있음을 의미한다. 이에 2022 개정 교육과정에서는 도형과 측정 영역의 성취기준 진술에서 ‘정당화’라는 용어

를 사용하고, 정당화의 교수·학습 활동 중 간단한 연역적 논증에 대하여 정당화의 의미를 강조하는 수준에서 ‘증명’ 용어를 다루도록 하였다. 이를 통해 학생들은 도형의 성질을 학습하면서 개연 추론과 연역 추론을 점진적으로 통합하는 보다 내실 있는 정당화 교수·학습 방법을 경험하고 나아가 수학적 사고의 근간을 이루는 증명을 인식할 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 중학교 교육과정의 도형과 측정 영역에서 정당화를 강조하는 기하 교육은 추론 역량은 물론 의사소통 역량, 수학적 태도 역량 등 수학적 역량 함양의 초석이 될 것이다.

넷째, 통계적 소양 함양을 위해 중학교 ‘자료와 가능성’ 영역과 관련된 내용 요소를 재검토하고, 중학교 1학년에 일변량 자료의 정리와 해석, 3학년에 두 집단의 비교와 이변량 자료에서의 관계를 학습하는 것으로 내용을 재구조화하였다. 구체적으로 초등학교 5~6학년군에서 대푯값 중 평균을 이미 학습한 학생들이 중학교 1학년에서 대푯값을 이용하여 수집한 자료의 특성을 종합적으로 파악할 수 있도록 중앙값과 최빈값을 중학교 3학년에서 중학교 1학년으로 이동하였다. 또한, 자료 중심의 통계 교육과정을 구현하기 위해 중학교 3학년에 두 집단의 특성을 비교하는 상자그림을 신설하였다. 특히 상자그림의 성취기준 해설에는 ‘두 집단 비교’라는 도입 취지를 살리고 학생들의 학습 부담 경감을 위해 ‘공학 도구의 사용’을 포함하였다. 또한, 2022 개정 수학과 교육과정에서는 자료 중심의 통계 교육이 초·중·고등학교를 연계하여 의미 있게 이루어질 수 있도록 각 학교급에서 통계적 문제해결을 강조하였다. 중학교에서는 2015 개정 교육과정에서 강조했던 공학 도구를 이용한 자료 수집, 정리, 해석하는 일련의 과정에서 한발 더 나아가 통계적 탐구문제의 설정을 강조하였다.

## 2 수와 연산 영역

수와 연산 영역에서는 성취기준 진술과 관련하여 현 교육과정의 초등학교 5~6학년군과 중학교 1~3학년군에서 다루어지는 최대공약수와 최소공배수 내용의 차별화 방법과 ‘[2] 정수와 유리수’에서 정수와 유리수의 개념을 통합해 하나의 성취기준으로 진술함으로써 정의되는 ‘유리수’ 개념의 적절성을 중심으로 논의하였다. 수와 연산 영역의 내용 쟁점 및 주요 변화 내용은 다음과 같다.

### 가 내용 관련 쟁점

#### 1 최대공약수와 최소공배수에 대한 성취기준 재진술

2015 개정 교육과정에서 [9수01-02] 성취기준 ‘최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있다.’와 관련하여 자연수  $a$ 와  $b$ 의 모든 공약수는 최대공약수의 약수라는 최대공약수의 성질과 자연수  $a$ 와  $b$ 의 모든 공배수는 최소공배수의 배수라는 성질은 초등학교 5~6학년군에서도 다루어진다. 또한, 2015 개정 교

육과정에서 ‘최대공약수와 최소공배수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.’는 성취기준은 삭제되었으나 ‘평가 방법 및 유의 사항’에 ‘최대공약수와 최소공배수를 활용하는 복잡한 문제는 다루지 않는다.’가 명시되어 있어 대부분의 교과서에서 이를 다루고 있다. 이로 인해 학교 현장에서는 최대공약수와 최소공배수의 활용 문제를 다룰 때 초등학교에서 다루는 방법과 차별화되지 않는다는 문제가 제기되었다.

이에 대해 중학교에서 다루는 최대공약수와 최소공배수의 내용은 ‘소인수분해’를 이용하여 최대공약수와 최소공배수를 구하는 것이 초등학교급에서 다루는 것과 가장 큰 차이므로, 이를 성취기준 진술에 명시하는 방안을 제안하였다. 전문가 자문의견 및 설문조사 결과를 수용하여, 이번 개정에서는 [9수01-02] 성취기준을 ‘소인수분해를 이용하여 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있다.’로 진술하였다.

## 2 유리수 개념과 관련된 성취기준 [9수01-05]에 대한 논의

2015 개정 수학과 교육과정에서는 ‘2 정수와 유리수’에서 정수와 유리수의 개념과 대소 관계, 사칙계산을 하나의 성취기준으로 묶어서 순서대로 [9수01-03], [9수01-04], [9수01-05]로 제시하고 있다. 이로 인해 [9수01-03]에서 유리수는 다음과 같이 도입된다. 양의 유리수와 음의 유리수를 각각 분모와 분자가 자연수인 분수에 양의 부호 +를 붙인 수, 분모와 분자가 자연수인 분수에 음의 부호 -를 붙인 수로 정의한 후, 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수로 정의한다. 따라서 유리수의 정의를  $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 로 인식할 수 있는 기회를 제공할 필요가 있음이 지적되었다. 이에 따라 2022 개정 수학과 교육과정에서는 성취기준 [9수01-05]에서 유리수 개념을 어떻게 다룰 것인지에 대한 논의가 있었다. 따라서 학교 현장에서는 정수와 유리수에 관한 사칙계산을 학습한 후, 자연스럽게 유리수의 정의를 이해할 수 있는 방안에 대한 교수·학습에서의 고려 및 고민이 필요해 보인다. 이에 대한 구체적 내용은 교육과정에서는 담기지 않았으나, 학교현장에서의 충분한 고려가 필요해 보인다.

### 나 주요 변화 내용

첫째, 성취기준 [9수01-02]의 해설에 제시된 것과 같이 초등학교에서 학습한 최대공약수와 최소공배수의 개념을 바탕으로 소인수분해를 이용하여 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있도록 하였다. 2015 개정 교육과정에서 최대공약수와 최소공배수의 활용에 대한 성취기준이 삭제되었으므로 모든 유형의 활용문제는 다루지 않는다.

둘째, 성취기준 [9수01-05]의 해설과 성취기준 [9수01-08]과 이에 대한 해설에서

가치·태도에 대한 부분을 포함하여 해설과 성취기준이 진술되었다. 구체적으로 성취기준 [9수01-05]의 해설에서는 ‘실생활에서 사칙계산의 유용성을 인식하게 한다.’를 포함하였고, 성취기준 [9수01-08]에서는 ‘무리수의 유용성을 인식할 수 있다.’를, 이에 대한 해설에서는 ‘실생활에서 사용되는 무리수의 예를 찾아보는 활동을 통해 ‘무리수의 필요성’과 유용성을 인식하게 한다.’ 및 ‘수 체계의 논리적인 아름다움에 관심을 갖게 한다.’를 포함하였다. 이를 통해 수학 교과와 수와 연산 영역에서 가치·태도를 중요하게 다루도록 하였다.

셋째, 제곱근의 값은 계산기 등 공학 도구를 이용하여 구할 수 있음을 알도록 하였다.

### 3 변화와 관계 영역

2015 개정 교육과정에서 ‘문자와 식’ 영역과 ‘함수’ 영역으로 별도로 분리되어 있던 것을 2022 개정 교육과정에서는 하나로 통합하여 ‘변화와 관계’ 영역으로 명명하였다. 변화와 관계 영역에서는 현 교육과정에서 다루고 있는 내용 요소를 바탕으로 학생들에게 학습 부담을 주는 내용은 무엇인지, 다른 내용 영역의 학습에 도구로서의 역할과 실생활 상황에 효율적으로 활용할 수 있는지 등을 중심으로 논의하였다. 변화와 관계 영역의 내용 쟁점 및 주요 변화 내용은 다음과 같다.

#### 가 내용 관련 쟁점

##### 1 두 내용 영역을 통합하여 ‘변화와 관계’ 영역으로 명칭 변경

두 영역의 통합의 관점은 크게 두 가지 측면에서 고려되었다. 하나는 영역의 구분 문제이고, 다른 하나는 초등학교와 중학교의 일관성의 문제이다.

첫째, 내용 영역의 구분은 어떤 내용 영역으로 설정할 것인가에 대한 명칭의 문제이다. 교육과정 개정에 따른 수학 교과와 내용 영역의 구분은 시대적 상황과 국제적 변화 추세에 따라 조금씩 달라지는 경향이 있었다. 제3차 교육과정 이후 초등학교와 중학교의 내용 영역의 명칭 변화를 보면 이러한 변화의 경향을 확인할 수 있다(〈표 I-10〉). 초등학교 내용 영역의 명칭에서 가장 두드러진 특징은 제6차 교육과정까지 ‘관계’라는 영역이 유지되어오다가, 제7차 교육과정 이후 규칙성(규칙성과 함수, 문자와 식, 규칙성과 문제해결), 자료와 가능성(확률과 통계) 영역으로 분리되어 현재에 이르고 있다는 점이다(서보역 외, 2017). 중학교의 경우, ‘방정식과 부등식’ 영역의 명칭이 제7차 교육과정부터 ‘문자와 식’ 영역으로 변화하였고, 함수 영역의 경우 ‘함수관계’, ‘규칙성과 함수’, ‘함수’ 등으로 사용되어 왔다. 우리나라 교육과정에서 두 내용 영역의 명칭 변화를 보면, 두 영역의 명칭은 ‘관계’ 및 ‘규칙성’과 밀접한 관련이 있는 것으로 보인다.

■ <표 I -10> 변화와 관계 관련된 초등학교 및 중학교 내용 영역 변천

교육과정	초등학교		중학교	
	제3차	관계		방정식과 부등식
제4차	관계		방정식과 부등식	함수
제5차	관계		방정식과 부등식	함수
제6차	관계		방정식과 부등식	함수
제7차	규칙성과 함수	문자와 식	문자와 식	규칙성과 함수
2007 개정	규칙성과 문제 해결		문자와 식	함수
2009 개정	규칙성		문자와 식	함수
2015 개정	규칙성		문자와 식	함수

둘째, 초등학교와 중학교의 내용 영역 명칭의 일관성이다. 뉴질랜드, 캐나다, 호주는 초등학교와 중학교가 동일한 영역 명칭을 사용하고 있었고, 싱가포르, 일본, 미국은 우리나라와 같이 초등학교와 중학교가 약간 다른 영역 명칭을 사용하고 있는 것으로 나타났다. 실제로 뉴질랜드는 초등학교와 중학교 모두 ‘수와 대수’, ‘기하와 측정’, ‘통계’로 영역을 구분하고 있었다(Ministry of Education, New Zealand, 2007). 이처럼 세계 여러 국가의 교육과정에 나타난 영역의 구분은 일반적으로 수와 연산, 함수, 도형과 측정, 확률과 통계 정도로 나누고 있는데, 규칙성과 문자와 식 관련 영역을 살펴보면 대부분 별도로 두기보다는 대수, 함수, 변화와 관계 등의 영역에서 함께 다루고 있었다.

지금까지의 논의를 통해 보았을 때, 초등학교와 중학교의 내용 영역 명칭을 차별화하기보다는 초등학교와 중학교의 내용 영역 명칭을 동일하게 하는 것이 더 타당한 것으로 나타났다. 우리나라의 경우, 2015 개정 교육과정에서는 초등학교와 중학교 수학과 교육과정은 분리하여 진술하지 않고 통합하여 진술하고 있다는 측면을 고려하면 차별화된 진술보다는 동일한 내용 영역 명칭으로 진술하는 것이 더 유의한 것으로 판단된다. 또한, 동일한 영역 명칭은 기존 초등학교에서 사용하였던 규칙성, 중학교에서 사용하였던 ‘문자와 식’, ‘함수’를 모두 아우르는 것이어야 한다.

이에 2022 개정 수학과 교육과정에서는 일본에서 사용하고 있는 ‘수량’, ‘변화와 관계’, ‘도형’, ‘자료와 가능성’, 그리고, PISA 평가틀로 사용 중인 ‘양’, ‘변화와 관계’, ‘공간과 모양’, ‘불확실성과 자료’를 기본 골격으로 영역 명칭을 사용하는 것이 가장 적절한 것으로 결정하였다. 따라서, 초등학교의 규칙성, 중학교의 문자와 식, 함수를 모두 포괄하는 영역 명칭으로 ‘변화와 관계’를 사용하기로 하였다.

## 2 '식의 값' 관련 성취기준 통합

중학교 1학년에서 처음으로 문자를 사용한 식을 학습한다. 문자는 수량 관계를 명확히 하고 간결하게 표현하는 수학적 언어로 '초등학교 수학'과 '중학교 수학'을 구분하는 중요한 요소 중의 하나이다. 지금까지의 교육과정에서는 '다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.'와 '식의 값을 구할 수 있다.'라는 두 성취기준을 구분하여 제시하였다. 성취기준 '다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.'에서 문자를 사용하여 식을 표현하는 것, 문자를 사용한 식을 간단히 하는 것을 먼저 다룬 다음, '식의 값을 구할 수 있다.'에서는 식에 수를 대입하여 값을 구하는 계산과정을 분리하여 다루었다. 하지만, 식을 표현하는 과정에서 문자의 유용성을 인식하기 위해서는 식의 값을 구하는 활동은 필수적이고, 식을 간단히 하면 식의 값을 쉽게 구할 수 있다는 것을 인식해야만 한다. 따라서 두 성취기준을 분리하여 진술하는 것보다는 통합하여 진술하는 것이 학습의 과정에서 더 자연스러운 것이다.

또한, '식의 값을 구할 수 있다.'의 성취기준을 분석해 보면, 식의 값이라는 것이 수학적 개념, 원리, 법칙과 같이 수학적인 탐구의 과정을 요구하는 학습 요소가 아니라, 어떤 수학적 절차를 수행해야 하는 기능적 측면이 강하다. 이로 인해, 교과서 구성에서도 독립적으로 다루는 것보다, '다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.'와 통합하여 다루는 것이 더 합리적인 것으로 판단되었다. 따라서 '식의 값'과 관련된 성취기준을 '문자의 사용'과 관련된 성취기준에 통합하였다.

## 3 곱셈공식의 일부 내용을 중학교 2학년으로 이동하는 문제에 대한 논의

2015 개정 중학교 수학과 교육과정에서 가장 큰 이슈 중의 하나는 피타고라스 정리를 중학교 2학년으로 하향 이동하는 것이었다. 피타고라스 정리를 원활히 학습하기 위해서 곱셈공식의 재배치에 대한 논의가 진행되었다. 그러나 전문가 협의회 등의 결과를 종합하여 최종적으로 곱셈공식을 2015 개정 교육과정대로 유지하는 것으로 결론을 내렸다.

하지만, 이에 대한 논의는 지속될 필요가 있다. <표 I-11>에서는 교육과정 변천에 따른 다항식의 계산과 관련된 학습 요소를 학습하는 학년에 대해 제시하였다. 곱셈 공식 전체를 중학교 2학년에서 학습한 사례가 있어서 곱셈공식 중 일부의 내용을 하향 이동하여도 학생들의 학습에는 큰 문제가 없다고 판단하였다. 실제로 2015 개정 교육과정의 한 수학 교과서를 보면, 해당 내용이 중학교 3학년 '다항식의 곱셈' 단원의 제일 앞부분에서 단 한 쪽 분량으로만 다루어지고 있다. 외국의 사례를 보면, 중국의 교육과정에서도 중학교 2학년에서 곱셈공식을 다루고 있는 것으로 나타났다(중국 교육부, 2011), 싱가포르 등도 큰 차이가 없었다(Ministry of Education, Singapore, 2019).

☐ <표 I-11> 교육과정 변천에 따른 다항식의 계산과 관련된 학습 요소를 다루는 학년의 변화

구분	제3차	제4차	제5차	제6차	제7차	2007개정	2009개정	2015개정
단항식의 곱셈, 나눗셈	2	2	2	2	2	2	2	2
다항식의 곱셈	3	3	3	3	3	2	2	3
곱셈공식	3	3	3	3	3	2	2	3
인수분해	3	3	3	3	3	3	3	3

그러나 곱셈공식 중에서  $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 만을 하향 이동하게 되면, 이를 기반으로 다른 곱셈공식까지 모두 학습해야 하는 부담감이 크다는 의견이 다수를 차지하였다. 또한, 피타고라스 정리의 증명을 위해  $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 를 하향 이동하는 것 이외 큰 이익이 없고, 피타고라스 정리의 증명은 현재도 다양한 방법으로 도입될 수 있다는 의견이 우세하였다. 이에 현재 중학교 3학년에 있는 곱셈 공식 중 일부 내용도 중학교 2학년으로 이동하지 않는 것으로 결론지었으나, 앞으로 곱셈공식의 학습 위치에 대한 논의는 지속적으로 이루어질 필요가 있다. 또한, 이 부분에 대한 학교 현장에서의 지속적인 논의와 교수·학습 과정에서의 관심이 요구된다.

#### 4 이차함수 내용의 내실화 논의

이차함수 내용의 변천 과정을 살펴보면 다음과 같다. ‘이차함수의 뜻’, ‘이차함수  $y=ax^2$ 의 그래프’는 제2차 교육과정에서 도입되었고, ‘이차함수  $y=ax^2$ 의 그래프의 활용’은 제3차 교육과정에서 도입되었다. ‘이차함수  $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프’는 제2차 교육과정에서 도입되었고, ‘이차함수의 최댓값과 최솟값’은 제3차 교육과정에서 도입되었다가 2015 개정 교육과정에서는 고등학교로 상향 이동하였다. ‘이차함수의 그래프와 이차방정식’은 제3차 교육과정에서 도입된 후, 제7차 교육과정부터는 학습량 감축의 일환으로 고등학교로 상향 이동하였다. 이를 종합하여, 우리나라 교육 과정에서 이차함수 관련 학습 내용과 해당 내용을 다루는 학년을 정리하면 <표 I-12>와 같다(서보억 외, 2017). <표 I-12>를 보면, 제6차 교육과정까지는 다양하고 충분한 내용을 이차함수 단원에서 다루어 이차함수에 대한 의미를 충실하게 학습할 수 있었다. 이차함수의 그래프는 고등학교 기하 과목에서 다루는 원추곡선 중의 하나인 포물선을 의미한다는 측면에서 기하 학습에서 매우 중요한 위치를 차지한다. 따라서 중학교 3학년에서 이차함수 단원을 충실하게 학습할 필요가 있지만, 현재 중학교 교육과정에서는 이러한 현실을 고려하지 못하는 것으로 나타났다. 따라서 중학교 3학년에서 이차함수 내용을 충실하게 다루기 위한 학습 내용의 내실화에 대한 논의가 필요하다.

☐ <표 I -12> 교육과정 변천에 따른 이차함수 내용을 다루는 학년

구분	제3차	제4차	제5차	제6차	제7차	2007개정	2009개정	2015개정
이차함수의 뜻	3	3	3	3	3	3	3	3
이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프	3	3	3	3	3	3	3	3
이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프의 활용	3	3	3	3	3	3	3	3
이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프	3	3	3	3	3	3	3	3
이차함수의 최댓값과 최솟값	3	3	3	3	3	3	3	×
이차함수의 그래프와 이차방정식	3	3	3	3	×	×	×	×

**5 이차함수의 최댓값과 최솟값의 이동(고등학교 1학년 → 중학교 3학년)**

2015 개정 수학과 교육과정에서 고등학교로 상향 이동한 ‘이차함수의 최댓값과 최솟값’의 이동 배경에 대해 박경미 외(2015)는 다음과 같이 제시하고 있다.

중학교 3학년과 고등학교 1학년에서 중복해서 다루어지고 있는 이차함수의 내용 중 이차함수의 최대, 최소를 중학교 학습 부담 경감 차원에서 고등학교에서 통합하여 지도하기로 하였다. 이에 ‘최댓값’과 ‘최솟값’이라는 ‘학습 요소’는 고등학교로 상향 이동하였다(박경미 외, 2015, p.110).

이러한 변화에 대해 고등학교에서는 ‘이차함수의 최댓값과 최솟값’의 내용이 고등학교 1학년 수학으로 통합되면서 이차함수의 기본에 대해 본질적인 이해에 필요한 과제의 수가 증가하였다. 중학교 교과서를 살펴보면,  $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 학습하는 상황에서  $y = a(x-p)^2 + q$ 의 형태로 변형하여 꼭짓점의 좌표를 구한 다음, 이차함수의 그래프를 그리도록 안내하고 있지만, 꼭짓점을 이용하여 직관적으로 관찰 가능한 이차함수의 최댓값과 최솟값을 다룰 수 없어 매우 어색한 형태가 만들어졌다. 그리고, 중학교 3학년에서 다루는 이차함수 관련 학습 내용의 지나친 축소에 대한 우려, 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 학습하는 상황에서 최댓값과 최솟값을 다루어야 자연스럽게 학습 내용이 구성된다는 의견, 그리고 고등학교 1학년에 다루어지는 학습 내용 축소의 필요성 등이 종합적으로 고려되어 논의가 이루어졌다. 또한, 중학교 수와 연산, 변화와 관계, 도형과 측정, 자료와 가능성 영역을 포함한 전체 학습 요소에 대한 조정 과정에서 이차함수의 최댓값과 최솟값이 포함 되어도 중학교 3학년에서 큰 부담이 없다는 결론을 도출하였다.

이러한 상황을 종합적으로 고려하여 이차함수 단원에서 ‘이차함수의 최댓값과 최솟값’의 경우 2015 개정 교육과정부터 고등학교로 상향 이동되었지만, 2009 개정 교육과정에서처럼 정의역을 실수 전체로 한다면 중학생들이 배우기에 어렵지 않다고 판단하였고, 오히려 이차함수를 배우는 연속선상으로 보면 중학교에 재배치하는 것이 더 효과적이라고 판단하였다.

#### 나 주요 변화 내용

첫째, 이차함수의 최댓값과 최솟값은 고등학교에서 중학교로 하향 이동하였다. 성취기준 [9수02-22]의 해설에서 ‘이차함수  $y=f(x)$ 에서 최댓값과 최솟값은  $x$ 의 범위가 실수 전체인 경우만 다룬다.’를 제시하였다. 따라서 이차함수의 최댓값과 최솟값은 2009 개정 교육과정 중학교 1~3학년군에서 다루었던 내용과 범위, 수준에서 다루면 되는 것으로 해설을 제시한 것이다.

둘째, 변화와 관계의 성취기준 적용 시 고려사항에 수학적 모델링과 관련된 부분이 추가되었다. 변화와 관계 영역 성취기준에서 ‘활용하여 문제를 해결할 수 있다.’로 제시된 경우에는 수학적 모델링을 적용할 수 있도록 제안한 것으로, 해설에서는 ‘실생활이나 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 해결할 때 수학적 모델링을 적용하고 도전적으로 문제를 해결할 수 있게 한다.’로 진술하고 있다. 더불어 이러한 문제를 다룰 때는 환경 및 기후변화 등과 관련된 다양한 문제 상황을 통해 생태전환에 관심을 가질 수 있도록 하였다.

셋째, 방정식 및 함수와 관련된 성취기준에서 다양한 공학 도구를 이용하여 학습 내용을 탐구할 수 있도록 하였다.

#### 4 도형과 측정 영역

2015 개정 교육과정에서 초등학교는 ‘도형’, ‘측정’으로, 중학교에서는 ‘기하’로 분리되어 있던 영역 명칭을 2022 개정 수학과 교육과정에서는 하나로 통합하여 ‘도형과 측정’으로 명명하였다. 도형과 측정 영역에서는 증명 용어 도입과 도입 시기, 관련 성취기준의 진술 등을 중심으로 논의하였다. 도형과 측정 영역의 내용 쟁점 및 주요 변화 내용은 다음과 같다.

##### 가 내용 관련 쟁점

###### 1 내용 영역 명칭을 ‘도형과 측정’으로 변경

2015 개정 교육과정에서 초등학교는 ‘도형’, ‘측정’으로, 중학교에서는 ‘기하’로 분리되어 있던 것을 초등학교와 중학교의 일관성을 위해 통합하였다. 초등학교의 경우, 많은 국가에서 도형과 측정을 별도 영역으로 다루기보다는 ‘기하와 측정’ 또는 ‘도형’으로 도형과 측정 부분을 통합적으로 다루고 있음을 고려하였다. 이를 통해 초등학교와 중학교 영역 명칭을 동일하게 하고, 기존의 내용 영역 구분을 바꾸어

통합하였다. 또한, 중학교의 경우에는 초등학교와의 교육 내용 연계성을 강조하고  
자 영역 명칭을 통일함과 동시에 빅 아이디어를 반영한 내용 영역 명칭으로 2015  
개정 교육과정의 중학교 ‘기하’를 ‘도형과 측정’으로 설정하였다.

## 2 ‘증명’ 용어의 도입과 도입 시기

2022 개정 수학과 교육과정에 대한 연구, 공청회 등 다양한 의견 수렴 결과, ‘증  
명’ 용어 도입이 필요하고 이로 인해 ‘정당화’ 의미의 재검토가 필요한 것으로 나  
타났다. 이에 ‘도형과 측정’ 영역에서 다루는 정당화는 객관적 사실의 확인 과정인  
논리적인 증명만을 다루는 것이 아니라 학생들의 인지 수준과 흥미를 고려한 추론  
기회를 폭넓게 제공하고자 하였다.

2015 개정 수학과 교육과정의 기하 영역 ‘교수·학습 방법 및 유의 사항’에서 ‘도  
형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 사례나 근  
거를 제시하며 설명하기, 유사성에 근거하여 추론하기, 연역적으로 논증하기 등과  
같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.’로 진술하였다.  
2022 개정 수학과 교육과정에서도 다양한 정당화 활동을 강조하였다. 다만, ‘증명’  
용어를 도입하게 되었으므로, 기존의 진술을 ‘도형의 성질을 이해하고 정당화하는  
방법은 관찰이나 실험을 통해 확인, 사례나 근거 제시를 통한 설명, 유사성에 근거  
한 추론, 증명 등이 있으며, 이를 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.’로 수정하여  
영역 성취기준 적용 시 고려사항에 제시하였다.

‘증명’ 용어를 처음 다루는 시기에 대해서 중학교 1~3학년군 내용 요소의 연계  
성과 학생의 학습 부담을 고려하여 폭넓은 논의가 이루어졌으며, 그 논의 결과 교  
과서를 기준으로 중학교 2학년 이등변삼각형의 성질을 다룰 때 ‘증명’ 용어를 도입  
하는 것으로 결정하였고 이에 기초하여 교육과정을 개발하였다. 또한, 증명은 이전  
교육과정에서 다루었던 것과 같은 명제, 가정, 결론 등의 용어를 사용한 형식적인  
‘증명’이 아니라 ‘정당화’의 의미를 강조하는 수준에서 증명 용어를 다루도록 하였  
다. 따라서 2022 개정 수학과 교육과정에서는 ‘증명’은 ‘삼각형과 사각형의 성질’에  
서 처음 다루면서 용어를 도입하도록 하였고, 학습자의 학습 부담이 높아지지 않도  
록 제안하고 있다. 구체적으로, 성취기준 [9수03-09] 해설에서는 ‘증명의 필요성을  
인식하게 한다.’를, 성취기준 적용 시 고려사항에서는 ‘증명을 할 때, 가정, 결론 용  
어는 다루지 않는다.’, ‘정당화하는 것을 평가할 때는 증명 과정에서 지나치게 엄밀  
한 형식 논리 규칙의 이용을 요구하는 문제는 다루지 않는다.’를 제시하고 있다. 이  
를 종합적으로 살펴볼 때, ‘증명’이라는 용어를 사용하되, 2015 개정 교육과정의 내  
용과 수준을 벗어나지 않는 범주에서 학습 내용을 다루도록 권고하고 있다.

## 나 주요 변화 내용

첫째, ‘증명’ 용어의 도입이다. 성취기준 [9수03-09]의 해설에 제시된 것과 같이 이등변삼각형의 성질을 추측하게 하고, 그 성질을 정당화하는 상황에서 ‘증명’이라는 용어를 도입하고, 그 필요성을 인식하도록 제시하였다. 증명을 다룰 때에는 ‘가정’, ‘결론’ 용어는 다루지 않도록 하였다.

둘째, 정당화 방법에 대한 재정립이 이루어졌다. 성취기준에서 ‘이해하고 정당화할 수 있다.’로 제시된 경우에는 다양한 정당화 방법을 활용하여 수업을 진행해야 하는데, 정당화하는 방법으로 ‘관찰이나 실험을 통한 확인’, ‘사례나 근거 제시를 통한 설명’, ‘유사성에 근거한 추론’, ‘증명’을 제시하고 있다.

셋째, 교구나 공학 도구의 활용을 강조하였다. 다양한 교구나 공학 도구를 이용하여 도형을 그리거나 만들어 보는 활동을 통해 도형의 성질을 추론하고 토론할 수 있도록 제시하고 있다.

넷째, 도형과 측정 영역에서 가치 및 태도를 강조하고 있다. 도형의 성질을 학습하는 상황에서 우리 주변의 건축물, 문화유산, 예술 작품 등을 다양하게 활용하여 수학에 대한 흥미와 관심을 가질 수 있도록 권고하고 있다. 또한, 수학사를 통하여 도형에 대한 관심을 가지고 그 유용성을 인식할 수 있도록 권고하였다.

## 5 자료와 가능성 영역

자료와 가능성 영역에서는 2022 개정 수학과 교육과정의 중점인 자료 중심의 통계 교육이 이루어질 수 있도록 공학 도구의 활용을 내용 영역 전반에서 강조하였다. 자료와 가능성 영역의 내용 쟁점 및 주요 변화 내용은 다음과 같다.

### 가 내용 관련 쟁점

#### 1 내용 영역 명칭을 ‘자료와 가능성’으로 변경

2015 개정 교육과정에서 초등학교는 ‘자료와 가능성’으로, 중학교에서는 ‘확률과 통계’로 서로 상이하게 분류하였던 영역 명칭을 초등학교와 중학교의 일관성을 위해 통합하여 ‘자료와 가능성’으로 통일하였다. 2022 개정 수학과 교육과정 연구에서는 수학 내용 영역에 대한 연구 및 국제 비교를 통해 학생들이 수학의 본질과 개념, 원리를 학습하는 데 도움이 될 수 있도록 내용 영역 명칭을 조정하는 논의가 필요함을 제안하였고, 이를 고려하여 확률과 통계와 관련된 내용 영역 명칭을 ‘자료와 가능성’으로 변경한 것으로 볼 수 있다.

#### 2 통계 내용 체계(표) 및 내용 요소 재구조화

통계적 소양 신장을 위해 중학교 통계 관련 내용 요소를 재검토하여 재구조화하

였다. 결과적으로 중학교 1학년에서 대푯값, 도수분포표와 상대도수, 2학년에서 경우의 수와 확률, 중학교 3학년에서 산포도, 상자그림과 산포도를 다루는 내용 체계(표)를 구성하였다. 이를 통해 중학교 1학년 과정에서는 일변량 자료의 정리와 해석, 2학년에는 확률, 3학년에는 두 집단의 비교와 이변량 자료에서의 관계를 다루도록 내용 체계(표)를 재구조화하였다.

### 3 대푯값 이동

대푯값은 자료의 중심 경향을 나타내는 통계량으로, 평균, 중앙값, 최빈값을 변량의 속성, 자료 분포의 특성, 통계 조사의 목적 등에 따라 선택하여 사용할 수 있어야 한다. 대푯값은 제3차 교육과정에서 중학교 2학년에 처음 도입되었으며, 2009 개정 교육과정부터 2015 개정 교육과정에는 1~3학년군에서 다루고 있다(서보역 외, 2017). 이때 중학교 1학년에서 도수분포표, 히스토그램 등으로 자료의 분포 상태를 살펴본 후, 이 특징을 하나의 값으로 요약하기 위해 중학교 3학년에서 대푯값을 구하는 순서로 제시되고 있다. 그러나 학생들이 자료를 수집하고 그 자료의 특징과 분포를 파악하기 위해 대푯값의 의미와 구하는 법을 먼저 배운 뒤, 수집한 자료를 정리하고 대푯값을 구하여 자료의 특성을 종합적으로 파악하는 것이 자료 중심의 통계 교육에 보다 효과적일 수 있다. 대푯값 중 평균은 이미 초등학교 5~6학년군에서 다루고 있으며 중앙값과 최빈값을 구하는 과정이 복잡하지 않고, 일본의 경우도 대푯값을 초등학교 6학년에서 배우고 있다. 또한, 전문가 협의회에서도 대푯값을 중학교 1학년 통계의 첫 성취기준으로 다루는 것이 적합하다는 것으로 의견이 수렴되어 대푯값을 중학교 1학년으로 이동하였다. 이번 교육과정에서 중학교 1학년 통계는 일변량 자료의 정리와 해석을 중심으로 하는데, 대푯값의 이동이 이러한 변화의 취지에 적합하다고 볼 수 있다.

### 4 성취기준과 성취기준 해설에서 통계적 문제해결 과정을 강조

통계적 소양 신장을 위해 의미 있는 통계 교육이 이루어지려면, 계산이나 지식 위주의 교육을 넘어서서 학생들이 자신의 삶과 실생활의 문제를 해결하기 위해 통계 지식을 적용하는 방향으로 통계 교육이 변화되어야 한다. 이에 2022 개정 수학과 교육과정에서는 자료 중심의 통계 교육이 초등학교와 중학교를 연계하여 의미 있게 이루어질 수 있도록 각 학교급에 통계적 문제해결 과정을 강조하는 성취기준을 두었는데, 중학교급에서는 '[9수04-04] 통계적 탐구 문제를 설정하고, 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하여 분석하고, 그 결과를 해석할 수 있다.'로 성취기준을 제시하였다. 또한, 이와 관련한 논의에서는 통계적 문제해결 과정을 평가할 때에는 과정중심평가를 실시할 수 있게 하는 것이 다루어졌다.

## 5 두 집단의 자료 비교를 위해 상자그림 도입

두 집단을 비교하기 위해 상자그림, 겹막대그래프, 이원분할표 등을 활용할 수 있다. 이에 2022 개정 수학과 교육과정에서는 여러 전문가 협의회와 연구진 회의를 통해 상자그림만 중학교 3학년 과정에 포함하기로 하였다. 상자그림(box plots 또는 box-and-whisker plots)은 미국의 CCSSM(Common Core State Standards for Mathematics)에서는 6학년 과정에 제시하고 있으며, 일본은 중학교 2학년, 싱가포르는 중학교 3학년 과정에서 다루고 있어서 우리나라에서의 도입 시기가 적절하다고 볼 수 있다.

한편 상자그림을 다루기 위해서는 사분위수에 대한 이해가 필요하기 때문에 용어와 기호에 사분위수와 상자그림을 포함하였다. 또한, 상자그림은 두 집단의 분포를 파악하고 특성을 비교하기 위해 도입한 것이므로, 사분위수를 직접 계산하거나 상자그림을 지필로 나타내는 것이 목적이 되지 않도록 성취기준 [9수04-08]에서 ‘공학 도구를 이용하여 자료를 상자그림으로 나타내고 분포를 비교할 수 있다.’로 제시하고 있다. 또한, 상자그림을 다룰 때에는 두 집단의 특성을 비교하고 해석하는 활동에 중점을 두고, 다양한 상황에서 상자그림의 유용성을 인식할 수 있게 하였다.

### 나 주요 변화 내용

첫째, 대푯값이 중학교 1학년으로 이동하였다. 성취기준 [9수04-01]에 제시된 것과 같이 중앙값, 최빈값을 포함하여 대푯값은 중학교 자료와 가능성 영역 학습 내용의 맨 앞에 제시하였다. 또한, 대푯값을 다룰 때에는 초등학교에서 학습한 평균 이외에도 중앙값, 최빈값이 있음을 알고 그 필요성을 인식하도록 하였고, 자료의 특성에 따라 적절한 대푯값을 선택하여 구하며, 각 대푯값이 어떤 상황에서 유용하게 사용되는지 알도록 하였다.

둘째, 통계적 문제해결 과정을 강조하였다. 성취기준 [9수04-04]의 해설에 제시된 것과 같이 통계적 문제해결 과정에 학생들이 주도적으로 참여하도록 하였다. 특히 통계적 문제해결 과정인 ‘다양한 맥락에서 통계적 탐구 문제 설정’, ‘적절한 계획에 따른 자료의 수집’, ‘수집한 자료의 분석’, ‘탐구 문제와 연결한 해석’의 일련의 과정이 구체적으로 드러나도록 개정하였다.

셋째, 상자그림이 추가되었다. 성취기준 [9수04-08]에 제시된 상자그림은 교육과정에 새롭게 추가된 학습 내용이다. 상자그림은 ‘자료의 특성이나 분포를 나타내기 위하여 최솟값, 제1사분위수, 중앙값, 제3사분위수, 최댓값의 다섯 개의 통계량을 활용하여 나타낸 그래프’ 등으로 정의하되, 그 도입 및 설명 방법은 상황에 맞게 다루도록 하였다. 성취기준 [9수04-08]의 해설에 제시된 것과 같이 상자그림은 두 집단의 분포를 비교하고 해석하는 활동에 중점을 두고 다루도록 하였다. 특히 학생을 지도할 때 고려할 부분은 사분위수는 구하는 방법에 따라 상자그림에 차이가 있을 수 있으므로, 일관된 방법으로 사분위수를 구할 수 있도록 권고하고 있다.

## II

### 2022 개정 수학과 중학교 교수·학습자료의 개발 방향

2022 개정 중학교 수학과 교육과정에 따른 본 수업-평가 안내 자료에서는 개정 수학과 교육과정의 개정 방향에 부합하고, 수학 교과목의 목표인 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 수학의 가치를 인식하며 바람직한 수학적 태도를 길러 수학적으로 추론하고 의사소통하며 다양한 현상과 연결하여 정보를 처리하고 문제를 창의적으로 해결하는 수학 교과 역량을 함양할 수 있는 교수·학습 설계 및 평가 자료를 제안하고자 하였다. 중학교 1~3학년군의 세 내용 영역에서 각각 한 단원을 선택하여 수업 설계 예시A, B, C를 개발하였고, 교수·학습 방안 7개 각각에 대한 설계안 예시를 개발하였다. 이경화 외(2022b)에서는 수학과 교육과정의 교수·학습 및 평가의 방향성을 ‘학생의 지속적인 성장을 도모하도록 수학 학습 주도성을 강화하고 학습자의 삶과 연계한 깊이 있는 수학 학습의 추구’라는 밝혔다. 이를 바탕으로 학생의 주도적 수학 학습을 위한 교수·학습 방법, 개별 맞춤형 수학 교수·학습 방법, 과정을 중시하는 평가 방향과 방법을 제시하였다.

#### 1 교수·학습자료 개발 방향

2022 개정 중학교 수학과 교육과정에서의 변화를 학교 현장에서 적극적으로 반영할 수 있도록 교수·학습 자료를 개발하였고, 교수·학습 방법에 제시된 내용에 대한 이해, 평가 방법에 제시된 다양한 과정중심평가 방법의 이해, 새롭게 추가된 내용 요소에 대한 이해를 기반으로 자료를 개발하였다. 이를 통해 수학 교과에서 실현하고자 하는 새로운 교육적 이상이 학교 현장에서 실천될 수 있을 것으로 기대된다.

#### 가 수학과 교육과정 기반 수업 설계 예시 제시

2022 개정 수학과 교육과정에서는 수학 수업을 설계하고 계획할 때 교육과정을 적극적으로 활용할 것을 권장하고 있다. 이에 본 수업-평가 안내 자료는 교육과정에서 제시한 교육과정 기반 수업 설계에 대한 구체적 예시를 제시하는 방향으로 안내 자료를 개발하였다. 교육과정에서 제시하고 있는 교육과정 활용 수업 설계 예시는 다음과 같다.

첫째, 내용 체계(표)의 ‘핵심 아이디어’를 통해 과목 전체를 아우르거나 관통하는 관점을 파악한다.

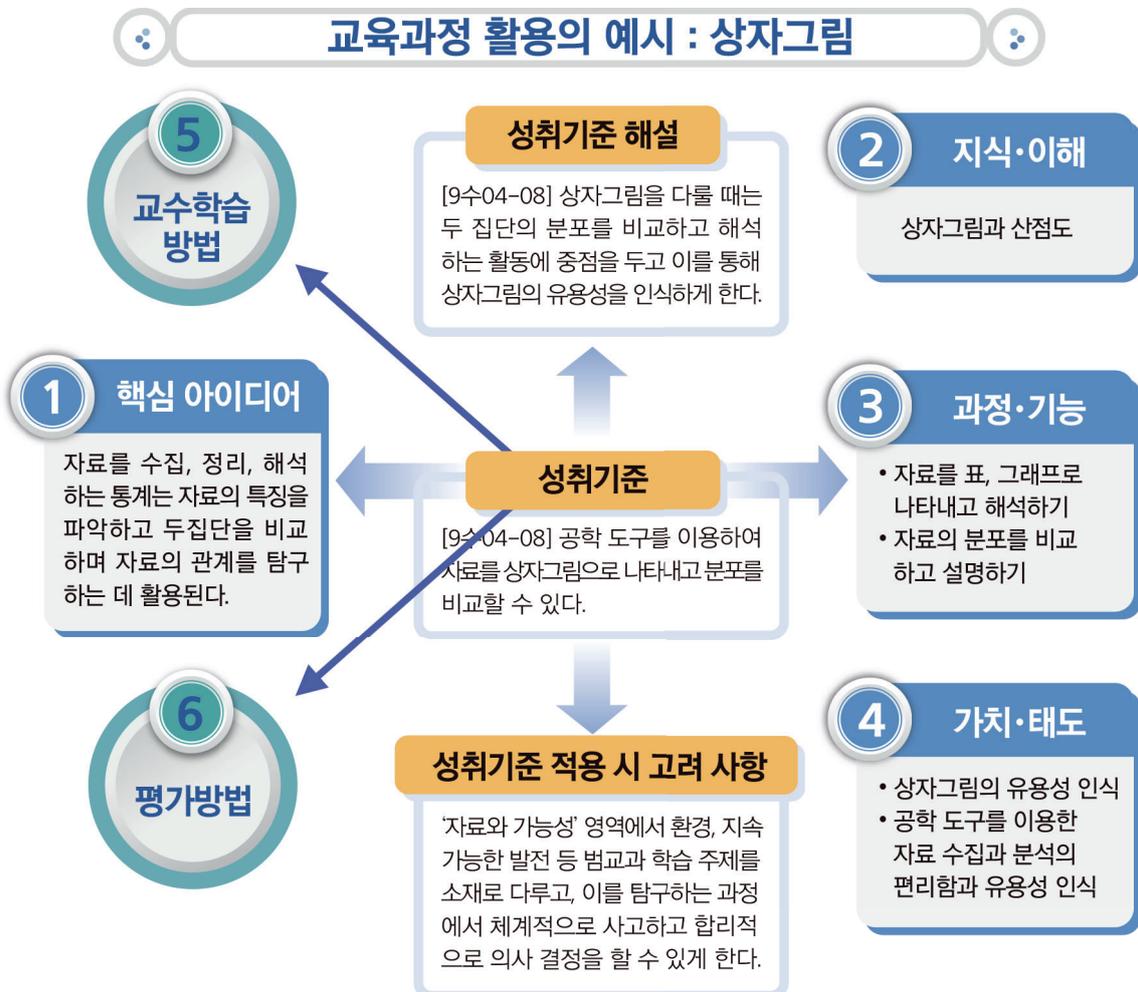
둘째, 내용 체계(표)의 ‘지식·이해, 과정·기능, 가치·태도’를 확인하여 중점을 두어야

하는 내용을 확인한다.

셋째, 성취기준, 성취기준 해설, 성취기준 적용 시 고려사항을 확인하여 본시 수업을 통해 학습해야 할 구체적인 내용을 확인한다.

넷째, 학습 내용과 가장 관련이 깊은 교수·학습 및 평가를 확인하여 세부적인 수업 방법 및 평가 방법을 구체화한다.

본 안내 자료에서는 이러한 절차를 준수하였고, 수업 계획이 성취기준 학습에만 그치지 않고 여러 성취기준을 아우르거나 관통하는 핵심 아이디어를 구성하는 데에 기여하는지 점검하여 보완할 수 있도록 하였다. 다음 <그림 II-1>은 새롭게 추가된 상자그림을 예시로 한 일련의 설계 방안의 절차를 제시한 것이다.



[그림 II-1] 교육과정기반 수업 설계의 절차 예시(상자그림)

## 나 개정 교육과정의 교수·학습 방법의 실현

2022 개정 중학교 수학과 교육과정의 특성을 살리고, 자기주도적 학습 역량의 향상 및 깊이 있는 학습을 실현하기 위해 다양한 교수·학습 방법을 포함하였다. 구체적으로 수학 교과 역량의 함양을 위한 방안, 학습 내용 및 학생이 학습능력과 수준을 고려한 교수·학습 모형, 시대적 상황을 고려한 교수·학습 과정 수업 설계 예시 등이 포함되었다. 이에 본 안내 자료는 개정 교육과정의 교수·학습 방법에 제시된 내용이 학교 현장에서 실현하는 데 도움이 되도록 개발 방향을 설정하였다.

### 1 수학 교과 역량 함양을 위한 방안의 적용

2022 개정 수학과 교육과정의 교수·학습 방법에서는 수학 교과 역량 함양을 통해 수학을 깊이 있게 학습하고 적용할 기회를 제공하도록 제안하였다(교육부, 2022b). 수학 교과 역량이 문제해결 역량, 추론 역량, 의사소통 역량, 연결 역량, 정보처리 역량으로 설정되어 있고, 각 역량을 함양하기 위한 교수·학습 방안은 아래 <표II-1>과 같다.

■ <표II-1> 수학 교과 역량 함양을 위한 방안

역량	수업 방안
문제 해결	<ul style="list-style-type: none"> <li>㉠ 수학의 개념, 원리, 법칙을 이용하여 해결 가능한 문제를 학생에게 제시한다. 이 때 다양한 방법으로 해결 가능한 문제, 여러 가지 해답이 나올 수 있는 문제 등을 활용할 수 있다.</li> <li>㉡ 문제에 주어진 조건과 정보를 분석하고 적절한 문제해결 계획을 수립하고 실행하며 문제해결 과정을 반성하도록 구체적인 발문과 권고를 제시한다.</li> <li>㉢ 문제해결 과정 및 결과의 의미를 재해석하여 주어진 문제를 변형하거나 새로운 문제를 만들어 해결하게 한다.</li> <li>㉣ 성공적인 문제해결 경험을 바탕으로 적극적이고 자신감 있게 문제해결에 참여하게 하고, 단번에 답이 나오지 않는 문제라도 끈기 있게 도전하여 성취감을 느끼게 한다.</li> </ul>
추론	<ul style="list-style-type: none"> <li>㉠ 수학의 개념, 원리, 법칙에 흥미와 관심을 갖고 다양한 방법으로 탐구하고 이해하게 한다.</li> <li>㉡ 귀납, 유추 등의 개연적 추론을 통해 수학적 추측을 제기하고 일반화하며 증명하면서, 수학적 증거와 논리적 근거를 바탕으로 비판적으로 사고하는 태도를 갖게 한다.</li> <li>㉢ 수학의 개념, 원리, 법칙을 도출하는 과정과 수학적 절차를 논리적이고 체계적으로 수행하고 반성하게 한다.</li> </ul>

<p>의사 소통</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>㉠ 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 정확하게 사용하고 표현끼리 변환하게 한다.</li> <li>㉡ 학생이 자신의 사고와 전략을 수학적 표현으로 나타내고 설명하면서 수학적 표현의 편리함을 인식하게 한다.</li> <li>㉢ 학생 간 상호 작용과 질문이 활발한 교실 문화를 조성하고 수학적으로 의미 있는 의사소통이 이루어지도록 적절한 과제를 제시하고 안내한다.</li> <li>㉣ 수학적 아이디어에 대해 상호 작용하는 과정에서 타인을 배려하고 의견을 존중하는 태도를 기르게 한다.</li> </ul>
<p>연결</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>㉠ 영역 간에 관련된 수학의 개념, 원리, 법칙 등을 유기적으로 연계하여 새로운 지식을 생성하면서 창의성을 기르게 한다.</li> <li>㉡ 수학과 실생활, 사회 및 자연 현상, 타 교과와 내용을 연계하는 과제를 활용하여 수학의 유용성을 인식하게 한다.</li> </ul>
<p>정보 처리</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>㉠ 실생활 및 수학적 문제 상황에서 자료를 탐색하고 수집하며 수학적으로 처리하여 합리적인 의사 결정을 하는 태도를 기르게 한다.</li> <li>㉡ 교구나 공학 도구를 활용하여 추상적인 수학 내용을 시각화하고 수학의 개념, 원리, 법칙에 대한 직관적 이해와 논리적 사고를 돕는다.</li> <li>㉢ 학생이 주도적으로 교구나 공학 도구를 활용하여 탐구하게 한다.</li> <li>㉣ 계산 기능 함양을 목표로 하지 않는 교수·학습 상황에서는 복잡한 계산을 할 때 공학 도구를 이용할 수 있게 한다.</li> </ul>

본 안내 자료에서는 이러한 수학 교과 역량 함양을 위해 다음과 같은 방법을 적용하였다.

첫째, 문제해결 역량 함양을 위해서 수학적 모델링을 기반으로 하는 수업 설계 예시를 제시하였다.

둘째, 추론 역량 함양을 위해서 탐구 학습을 적용한 다양한 정당화 방법을 적용한 수업 설계 예시를 제시하였다.

셋째, 의사소통, 연결, 정보처리 역량을 함양하기 위해서 통계 단원을 중심으로 한 프로젝트 수업 설계 예시를 제시하였다.

넷째, 각 수업 설계 예시에는 수학 교과 역량을 함양할 수 있는 최적의 학습 내용, 수업 자료, 학습 소재 등의 선택이 이루어졌다.

결론적으로 본 안내 자료에서는 핵심 아이디어에 대한 분석, 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도 세 범주로 체계화된 내용 요소에 대한 분석 등을 기반으로 본시 성취기준에 적절한 수학 교과 역량 함양을 위한 교수·학습 자료를 개발하였다.

## 2 학습 내용 등을 고려한 교수·학습 방안(모형)의 적용

■ <표II-2> 수학 교수·학습 방안(모형)

모형	수업 모형에 대한 개요
설명식 교수	교사가 설명과 시연을 통해 수업을 주도하는 교수·학습 방안으로, 수업 내용을 구조화하여 체계적으로 지도하는 데 효과적이다. 이때, 교사는 학생의 적극적인 수업 참여를 유도하고, 사고를 촉진하는 발문을 적절히 활용한다.
토의·토론	특정 주제에 대해 협의하거나 논의하는 교수·학습 방안으로, 학생들이 수학 내용을 폭넓게 이해하고 자신의 주장을 효과적으로 표현하고 다른 사람의 의견을 비판적 사고를 통해 수용하여 합리적으로 의사 결정하는 태도를 기를 수 있게 한다.
협력 학습	모둠 내의 상호 작용, 의사소통, 참여를 통해 공동의 학습 목표에 도달하도록 하는 교수·학습 방안으로, 다른 사람을 존중하고 배려하며 모둠 내의 역할을 수행하고 책임감을 기를 수 있게 한다.
탐구 학습	학생이 중심이 되어 수학의 개념, 원리, 법칙을 발견하고 구성하는 교수·학습 방안으로, 학생 스스로 자료와 정보로부터 지식을 도출하거나 지식의 타당성을 확인하는 것이 중요함을 알게 할 수 있다.
프로젝트 학습	학생 스스로 특정 주제나 과제를 탐구하고 해결하기 위해 계획을 수립하고 수행하여 결과물을 산출하고 공유하는 교수·학습 방안으로, 자기주도적으로 수학 지식과 경험을 통합하게 할 수 있다.
수학적 모델링	학생의 삶과 연계된 현상을 다양한 수학적 표현 방식을 이용하여 수학적 모델로 만들고 수학적 모델을 다시 실생활이나 사회 및 자연 현상에 적용하는 교수·학습 방안으로, 수학의 응용에 대한 넓은 안목을 갖게 할 수 있다.
놀이 및 게임 학습	호기심과 흥미를 유발하는 놀이 및 게임 활동을 활용하는 교수·학습 방안으로, 활동 속에서 수학 개념이나 원리를 탐구하고 동료와 경쟁 또는 협력하면서 자연스럽게 수학에 접근하고 수학 학습에 대한 자신감 및 의사소통 역량을 기르게 할 수 있다.

2022 개정 수학과 교육과정의 교수·학습 방법에서는 학습 내용, 학생의 학습 능력과 수준 등을 고려하여 수학과 교육과정의 수업을 진행할 수 있도록 7가지 교수·학습 방안(모형)을 제시하고 있다(교육부, 2022b). 수학과 교육과정에 제시된 교수·학습 방안은 지난 교육과정에서 제시된 설명식 교수, 토의·토론, 협력 학습, 탐구 학습, 프로젝트 학습과 관련된 내용을 정련한 것 외에도 수학적 모델링, 놀이 및 게임 학습을 추가적으로 제시하여 다양한 교수·학습이 이루어질 수 있는 토대를 마련하였다. 각 교수·학습 방안(모형)별 내용은 <표II-2>와 같다.

본 안내 자료에서는 수업 설계 예시A에서는 수학적 모델링을 적용하여 자료를 개발하였고, 수업 설계 예시B에서는 탐구 학습을 적용하여 자료를 개발하였으며, 수업 설계 예시C에서는 프로젝트 학습을 적용하였다. 마지막으로 수학과 교육과정에서 제시하고 있는 7가지 교수·학습 방안별로 예시 개발하여 제시하였다. 이를 통해 수학과 교육과정에 기반한 교수·학습이 현장에 정착될 수 있도록 하였다.

## 다 개정 교육과정의 평가 방법 실현

2022 개정 중학교 수학과 교육과정의 특성을 살리고, 자기주도적 학습 역량의 향상 및 깊이 있는 학습을 실현하기 위해 다양한 교수·학습 방법에 부합된 여러 가지 평가 방법이 포함되었다. 구체적으로 수학 수업과 연계한 과정을 중시하는 평가 방안, 수학 교과 역량을 평가하는 방안, 수학 학습 과정과 결과를 평가하는 다양한 평가 방안, 교구나 공학 도구를 활용한 평가 방안, 온라인 환경에서의 평가 방안 등이 포함되었다. 이에 본 자료는 개정 교육과정의 평가 방법에 제시된 내용이 학교 현장에서 실현되는 데 도움이 되도록 개발 방향을 설정하였다.

### 1 수학 교과 역량 평가 방안의 적용

2022 개정 수학과 교육과정의 평가 방법에서는 과정을 중시하는 평가를 강조하고 있으며, 성취기준을 중심으로 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도 범주를 평가 요소로 구체화하도록 안내하고 있다. 이를 고려하여 교과 역량 함양을 위한 평가에서 <표II-3>과 같은 사항을 고려할 것을 제시하였고(교육부, 2022b), 본 안내 자료는 이를 고려하여 평가 자료를 개발하였다.

■ <표II-3> 수학 교과 역량 함양을 위한 평가 자료 개발시 고려할 점

역량	평가 시 고려할 점
문제 해결	수학의 개념, 원리, 법칙을 문제 상황에 적절히 활용하는지, 주어진 조건과 정보를 분석하고 적절한 해결 전략을 탐색하여 해결하는지, 문제해결 과정을 돌아보며 절차에 따라 타당하게 결과를 얻어내고 이를 반성하는지, 적극적이고 자신감 있게 문제 해결에 참여하는지, 적절한 방법을 찾기 위해 끈기 있게 도전하는지 등을 고려한다.
추론	수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하는지, 논리적으로 절차를 수행하는지, 수학적 지식을 다양한 방법으로 탐구하는지, 관찰에 근거하여 추측하고 일반화를 할 수 있는지, 추측의 근거를 제시하는지, 타당한 정당화를 하는지, 수학에 대한 흥미와 관심을 갖는지, 체계적으로 사고하려는 성향이 있는지, 수학적 증거와 논리적 근거를 바탕으로 비판적으로 사고하는 태도를 갖는지 등을 고려한다.
의사 소통	수학 용어, 기호, 표, 그래프 등 수학적 표현을 이해하고 정확하게 사용하는지, 적절한 수학적 표현을 선택할 수 있는지, 수학적 표현 간에 변환을 할 수 있는지, 수학적 아이디어나 수학 학습 과정 및 결과에 대해 표현하고 다른 사람의 견해를 이해하는지, 수학적 표현의 편리함을 인식하는지, 타인을 배려하고 의견을 존중하는지 등을 고려한다.
연결	영역이나 학년군 내용 사이에서 개념, 원리, 법칙을 적절하게 관련지어 이해하는지, 수학의 개념, 원리, 법칙을 연계하여 새로운 지식을 생성할 수 있는지, 수학을 실생

	활이나 타 교과 지식, 기능, 경험에 적용할 수 있는지, 실생활이나 타 교과 지식, 기능, 경험을 수학적으로 해석할 수 있는지, 수학을 바탕으로 관련성을 창의적으로 찾을 수 있는지, 수학의 유용성을 인식하는지 등을 고려한다.
정보 처리	자료와 정보를 목적에 맞게 수집하고 변환하고 정리하는지, 자료를 바탕으로 도출한 결론이 적절한지, 교구나 공학 도구를 적절하게 활용하는지, 수학적 근거를 바탕으로 합리적으로 의사 결정하는 태도를 갖는지 등을 고려한다.

본 안내 자료에서는 수학 교과 역량 함양 평가를 위해 수업 과정 중에 활용할 수 있는 서·논술형 문항을 각 수업 설계 예시마다 제시하였다. 각 수업 설계 예시에 담긴 서·논술형 문항을 통해 교수·학습 상황에서 수학 교과 역량을 평가할 수 있도록 고려한 것이다. 지필 평가로서의 서·논술형 평가가 아니라, 과정중심평가의 일환으로 제안하여 교과 역량을 평가할 수 있도록 하였다.

## 2 수학 학습 과정과 결과를 평가하기 위한 다양한 평가 방안 적용

2022 개정 수학과 교육과정의 평가 방법에서는 학생의 수학 학습 과정과 결과를 다양한 평가 방법을 사용하여 양적 또는 질적으로 평가하도록 권고하고 있다(교육부, 2022b). 교육과정에 제시된 평가 방법으로는 지필평가, 프로젝트 평가, 포트폴리오 평가, 관찰 평가, 면담 평가, 구술 평가, 자기 평가, 동료 평가 등이 있다. 각각의 평가에 대한 내용을 정리하면 다음 <표 II-4>와 같다.

▣ <표 II-4> 수학과 의 다양한 평가 방안

유형	평가 방안 에 대한 개요
지필평가	수학 내용 체계(표)의 지식·이해, 과정·기능을 평가하는 데 활용할 수 있고, 선택형, 단답형, 서·논술형 등의 다양한 문항 유형을 사용할 수 있다.
프로젝트 평가	학생 스스로 특정 주제나 과제를 탐구하고 해결하기 위해 계획을 수립하고 수행하는 과정과 그 결과물을 평가하는 방안으로, 수학 내용 체계(표)의 세 범주를 종합적으로 평가할 때 활용할 수 있다.
포트폴리오 평가	학생의 성장에 대한 정보를 얻기 위해 수학 학습 수행과 그 결과물을 일정 기간 수집하여 평가하는 방안으로, 수학 교과 역량의 발달을 종합적으로 평가할 때 활용할 수 있다.
관찰/면담/구술 평가	학생 개인 및 소집단을 관찰, 학생과의 질의·응답, 학생의 발표를 통해 평가하는 방안으로, 학생의 사고 방법, 수행 과정, 수학 내용 체계(표)의 가치·태도 등을 평가할 때 활용할 수 있다.
자기 평가	학생 스스로 자신의 학습 과정과 결과를 평가하는 방안으로, 수학 내용의 이해와 수행 과정, 문제해결과 추론 과정의 반성, 자신의 생각 표현, 수학 내용 체계(표)의 가치·태도 등을 평가할 때 활용할 수 있다.
동료 평가	동료 학생들이 상대방을 서로 평가하는 방안으로, 협력 학습 상황에서 학생 개인의 역할 수행이나 집단 활동의 기여를 평가할 때 활용할 수 있다.

또한, 2022 개정 수학과 교육과정에서는 변화된 시대적인 상황 및 비대면 상황을 고려한 평가 방안을 제시하고 있다. 먼저 디지털 기반의 교육 환경과 관련하여 교구나 공학 도구를 활용한 평가, 비대면 교육 환경과 관련하여 온라인 수학 교수·학습 환경에서 평가 시 고려할 사항들을 다음 <표II-5>와 같이 제시하였다.

☐ <표II-5> 디지털 및 비대면 환경에 따른 평가 방안

환경	평가 방안에 대한 개요
디지털 기반	성취기준의 도달 여부를 판단하는 데 교구나 공학 도구의 사용이 효과적인 경우 이를 활용한 평가를 실시할 수 있다. 교구나 공학 도구를 활용하여 평가할 때는 교구나 공학 도구의 기능 및 조작이 아닌 수학 내용의 탐구 과정을 평가한다.
비대면 기반	학생의 활동에 근거한 구체적인 자료를 사용하여 평가한다. 온라인 학습 플랫폼이나 학습 관리 시스템을 이용하여 학생의 수행 과정을 관찰하고 개별 맞춤형으로 환류할 수 있다. 학생의 접속 환경 미비로 인한 불참 시 기회 부여 등에 대해 방안을 마련하고 형평성의 문제가 제기되지 않도록 사전에 안내한다.

본 안내 자료에서는 수업 설계 예시A, B, C로 구분하여 교육과정에서 제시하고 있는 평가 유형별 예시 자료 및 루브릭을 제시하였다. 각 수업 설계 예시에 따른 평가 자료 제시는 다음 <표II-6>과 같다. 평가 유형별 평가 예시는 단원 및 학습 내용의 특성을 고려하여 최적의 평가 방안으로 구성하였다.

☐ <표II-6> 수업 설계 예시에 따른 평가 방안 개발

구분	개발 평가 방안
수업 설계 예시A	관찰/면담/구술 평가, 교구/공학 도구 활용 평가, 온라인 평가
수업 설계 예시B	포트폴리오 평가, 자기 평가, 교구/공학 도구 활용 평가
수업 설계 예시C	프로젝트 평가, 자기 평가, 동료 평가

**라 새로운 내용 요소에 대한 현장 적합성 재고**

앞 장에서 살펴본 것과 같이 2022 개정 중학교 수학과 교육과정에서도 지식·이해 범주에서의 내용 요소 및 학습 내용에 변화가 있었다. 이러한 변화된 내용 중에서도 새롭게 추가된 내용의 경우 교수·학습 상황에서 현장 교사들에게는 다소 부담스러울 수 있다. 이에 본 안내 자료에서는 새롭게 추가된 내용을 분석하여 현장 수업을 지원할 수 있는 방향으로 수업 설계 예시를 개발하였다. 2022 개정 중학교 수학과 교육과정에서 변화된 내용을 정리하면 다음 <표II-7>과 같다.

☐ <표 II-7> 영역별 변화된 내용

영역	주요 변화 내용
수와 연산	최대공약수와 최소공배수 활용 문제 삭제
변화와 관계	이차함수의 최댓값과 최솟값 고등학교에서 중학교 3학년으로 이동 수학적 모델링을 활용한 문제해결의 강조
도형과 측정	정당화 방법으로 증명 용어 도입
자료와 가능성	대푯값 중학교 1학년으로 이동 통계적 문제해결 과정의 강조 상자그림 추가

수와 연산 영역의 경우, 최대공약수와 최소공배수 관련 학습 내용에서 변화가 생겼다. 하지만 이는 고려할 부분이 크지 않아서 본 안내 자료에서 수와 연산 영역에 대한 자료 개발은 이루어지지 않았다.

변화와 관계 영역의 경우, 수학적 모델링을 활용한 문제해결의 강조가 두드러지게 강조되었다. 2015 개정 교육과정에서는 문제해결의 한 부분으로 수학적 모델링이 다루어졌지만, 2022 개정 교육과정에서는 변화와 관계에서 강조해야 할 부분으로 구성되었다. 더불어 교수·학습 방안(모형)의 한 가지로 제시되었다. 따라서 변화와 관계 영역에서는 수학적 모델링에 대한 수업-평가 방안이 필요한 것으로 판단하였고, 수업 설계 예시A에서 이 부분을 다루었다.

도형과 측정 영역의 경우, 증명의 도입이 가장 큰 변화이다. 2015 개정 교육과정에서도 정당화 방법으로 네 가지를 제시하였지만, 증명이라는 용어는 다룰 수 없었다. 이로 인해 증명에 해당하는 부분을 ‘설명하시오.’와 같은 다소 어색한 표현이 교과서에서 사용되었다. 이러한 불편한 상황을 해소하기 위해 2022 개정 교육과정에서는 중학교 2학년 이등변삼각형의 성질 단원 이후의 학습에서는 증명이라는 용어를 사용할 수 있도록 하였다. 따라서 도형과 측정 영역에서는 탐구 학습을 통한 증명에 대한 수업-평가 방안이 필요한 것으로 판단하였고, 수업 설계 예시B에서 이 부분을 다루었다.

자료와 가능성 영역의 경우, 새로운 학습 내용으로 상자그림의 도입, 통계적 문제해결 과정의 강조가 가장 큰 변화이다. 그런데 현장에서 상자그림에 대한 이해가 거의 전무한 실정이고, 통계적 문제해결 과정에 대한 체계적 이해도 부족한 실정이다. 이로 인해 학교 현장의 혼란이 예상되고 추가적인 교육적 지원이 필요하게 되었다. 따라서 자료와 가능성 영역에서는 상자그림에 대한 내용 탐색, 통계적 문제해결 과정에 대한 수업-평가 방안이 필요한 것으로 판단하였고, 수업 설계 예시C에서 이 부분을 다루었다.

## 2 교수·학습자료 개발 절차

지금까지 제시한 개발 방향을 기반으로 본 안내 자료의 개발 절차는 다음과 같다.

첫째, 2022 개정 중학교 수학과 교육과정 및 보고서에 대한 분석을 실시하였다. 교육 과정에 대한 분석을 통해 수업 설계 예시A, B, C의 제목 및 본시 학습단원, 개발 단원에 적용할 교수·학습 모형, 적용할 평가 방법을 할당하였다. 더불어 교수·학습 방안(모형) 7 가지에 대한 분석을 실시하였다. 이러한 분석을 통해 확정된 개발 내용은 다음과 같다.

### [수업 설계 예시A]

주제: 변화와 관계 영역에서 수학적 모델링을 적용하고 문제를 해결하는 과정

개발단원: 중학교 1학년 '㉓ 좌표평면과 그래프' 중단원

기본모형: 학습자 참여 중심의 수업-평가 설계에 초점

본 안내 자료 모형: 학습자 참여 중심의 수학적 모델링 수업-평가 설계

### [수업 설계 예시B]

주제: 도형과 측정 영역에서 정당화에 대한 내용과 증명

개발단원: 중학교 2학년 '㉕ 삼각형과 사각형의 성질' 중단원

기본모형: 교육과정-수업-평가의 일관성 강화에 초점

본 안내 자료 모형: 교육과정-수업-평가 연계 증명 탐구학습 및 포트폴리오 수행과제 개발

### [수업 설계 예시C]

주제: 자료와 가능성 영역에서 상자그림과 통계적 문제해결 과정

개발단원: 중학교 3학년 '㉕ 상자그림과 산점도' 중단원

기본모형: 실생활 맥락 속에서 이해하고 적용할 수 있는 수행과제 개발에 초점

본 안내 자료 모형: 실생활 맥락 통계 프로젝트 학습 및 수행과제 개발

### [수학과 교수·학습 방안별 예시]

1. 설명식 교수에 따른 교수·학습 설계안
2. 토의·토론 학습에 따른 교수·학습 설계안
3. 협력 학습에 따른 교수·학습 설계안

4. 탐구 학습에 따른 교수·학습 설계안
5. 프로젝트 학습에 따른 교수·학습 설계안
6. 수학적 모델링에 따른 교수·학습 설계안
7. 놀이 및 게임 학습에 따른 교수·학습 설계안

둘째, 개발 단원에 대한 교육과정 분석을 실시하였다. 본 단원 개발과 관련된 영역, 핵심 아이디어를 확인하고, 단원 개발에 대한 내용 요소(지식·이해, 과정·기능, 가치·태도)를 확인하였으며, 단원 개발을 위한 내용 체계(표)와 성취기준 연결 및 분석을 실시하였다. 또한, 교육과정 연계성과 관련 기초소양 등을 탐색하였다.

셋째, 개발 단원에 대한 탐구 질문을 개발하였다. 핵심 아이디어와 성취기준의 묶음으로부터 단원 목표를 달성하기 위한 영역 혹은 단원 수준의 탐구 질문을 개발하였다. 탐구 질문은 개방형이며, 탐구와 조사를 가능하게 하는, 영역/단원에서 반복적으로 제시될 수 있고, 흥미와 사고, 성찰을 불러일으키도록 탐구 질문을 개발하였다. 또한, 탐구 질문은 핵심 아이디어와 성취기준의 묶음으로부터 단원 목표를 달성하는 데 적합한 형태로 개발하였다. 또한, 탐구 질문은 학습자가 학습 내용에 대한 깊이 있는 탐구를 유발하는 질문이므로, 학생 스스로 탐구와 조사를 할 수 있고, 흥미와 사고, 성찰을 불러일으킬 수 있는 개방형 질문으로 개발하였다.

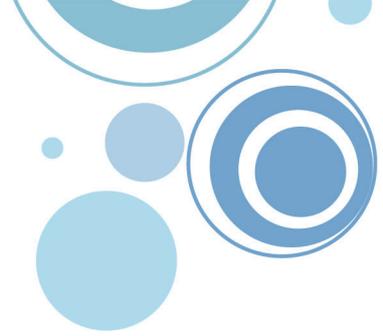
넷째, 개발 단원에서 구체화할 교수·학습 활동 전략을 개발하고 적용하였다. 먼저, 학습자의 적극적인 참여를 위한 교수·학습 방법을 선정하였다. 예를 들어, 기초소양을 함양할 수 있는 자기주도적 교수·학습 방법 활용하기, 교과 내, 교과 간 연계를 통하여 학습 내용과 학습자의 삶을 연결하기, 집단적 참여를 위하여 소집단 협동학습, 프로젝트 활동 등 활용하기, 학습자가 주도할 수 있는 온라인, 하이브리드, 대면 등 다양한 수업 형태 적용하기, 학습자의 참여를 유도하는 에듀테크 기술 활용하기 등을 고려하였다. 다음으로 단원의 목표를 달성하고 학생들이 흥미 있게 참여할 수 있도록 교수·학습 방법을 선정하였다. 예를 들어, 학습자 참여형 수업을 통한 이해를 달성할 수 있는 교수·학습 모형 또는 방법 적용하기, 학습자 특성에 따른 맞춤형 교수·학습 전략 적용하기, 맞춤형 교수·학습 전략에 따른 학생의 성장 과정 기록하기 등이다. 마지막으로 깊이 있는 학습을 통해 핵심역량을 함양할 수 있도록 교수·학습 활동을 설계하였다. 예를 들어, 학생들이 수업에 능동적으로 참여하고 학습의 즐거움을 경험할 수 있도록 교수·학습 설계하기, 교과와 특성과 학생의 능력, 적성, 진로를 고려하여 학습 활동과 방법을 다양하게 교수·학습 설계하기, 학교의 여건과 학생의 특성에 따라 다양한 학습 집단을 구성한 학생 맞춤형 수업 요소 반영하기, 교사와 학생 간, 학생과 학생 간 상호 신뢰와 협력이 가능한 유연하고 안전한 학습 환경 반영하기, 디지털 기반 학습 요소 및 교수·학습 활동 반영하기 등이다.

다섯째, 개발 단원에서 구체화할 수행과제를 개발하였다. 먼저, 단원 학습에서 목표 달성 여부 및 학생의 성장과 발달을 지원할 수 있는 평가과제를 개발하였다. 예를 들어, 삶과 연계한 학습, 교과 내, 교과 간 연계 통합을 고려한 수행과제 만들기, 실제성과 복잡성이 있는 문제 형식의 수행과제 만들기, 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 총체적으로 담고 있는 수행과제의 질을 평가할 수 있는 타당한 루브릭 개발하기, 학생에게 피드백을 주는 방안과 학생의 성찰을 강조하는 자기평가로 과정중심평가 계획하기 등이다. 다음으로 단원 학습에서 목표 달성 여부 및 학생의 성장과 발달을 지원할 수 있도록 차시별 과정중심평가 계획을 수립하였다. 예를 들어, 단원의 최종 목표 달성을 확인할 수 있는 평가과제 및 루브릭 개발하기, 평가과제는 깊이 있는 학습, 삶과 연계한 학습, 교과 내, 교과 간 연계 통합, 학습자 성찰을 반영하고, 탐구 질문에 기반하여 프로젝트 산출물 또는 결과물 형태로 개발하기, 루브릭(채점기준)은 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 총체적으로 담고 있는 수행과제의 질을 평가할 수 있도록 개발하기, 과정중심평가 과정에서 발생할 수 있는 학생들의 오개념 및 오류를 예상하여 학생 피드백 방안 제시하기, 평가결과 기록은 학생의 성장과 발달을 지원하는 방향으로 수업의 활동을 구체적으로 반영하여 학생 스스로 자기 교정적 활동을 할 수 있도록 제시하기, 디지털 기반 평가 계획 수립하기 등이다. 마지막으로 단원 학습에서 목표 달성 여부 및 삶과 연계한 학습자의 성장과 발달을 지원할 수 있는 평가과제를 개발하였다. 예를 들어, 학습자 참여를 통한 최종 프로젝트 산출물 또는 결과물 형태로서의 수행과제 만들기, 내용 요소(지식·이해, 과정·기능, 가치·태도)를 고려한 평가도구 개발 및 이를 바탕으로 한 피드백 방안 마련하기, 학습과정 및 결과에 대해 학습자가 주도하는 자기평가 과제 만들기, 학습과정 및 결과에 따른 학생의 성장 과정 기록하기 등이다.

### 3 수학과 교수·학습 자료의 활용 방안

본 안내 자료에서 제시한 2022 개정 수학과 교육과정의 개관 및 수학과 수업-평가 설계의 실제에 대한 활용 방안은 다음과 같다.

첫째, 2022 개정 중학교 수학과 교육과정을 이해하기 위한 기초 자료로 활용할 수 있다. 본 안내 자료의 1부 1장에서는 2022 개정 수학과 교육과정의 목표, 2022 개정 중학교 수학과 교육과정의 주요 특징을 구체적으로 제시하였다. 특히, 개정 방향, 문서 체제, 내용 체제, 영역별 주요 쟁점 및 변화를 상세하게 다루었다. 이를 통해 2022 개정 중학교 수학과 교육과정의 정신을 엿볼 수 있도록 하였고, 궁극적으로 중학교 수학과 교과 운영의 기본 방향을 파악할 수 있을 것이다. 특히 2부에 제시된 수업 설계 예시에서는 구체적인 중학교 교육과정 분석의 실제적 모습도 확인할 수 있다. 개발 단원의 영역의

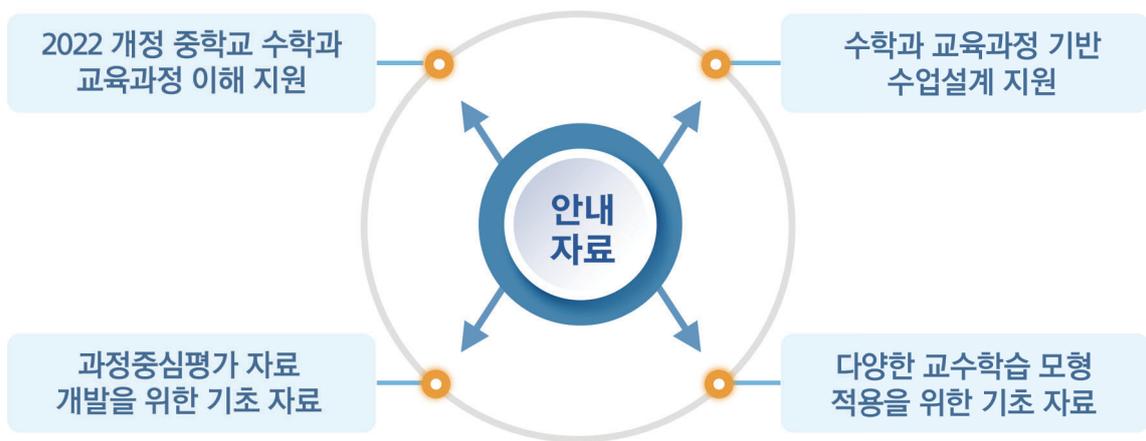


핵심 아이디어, 개발 단원에 대한 내용 요소(지식·이해, 과정·기능, 가치·태도), 개발 단원의 내용 체계(표)와 성취기준 연결 및 분석, 교육과정 연계성과 관련 기초소양 등을 상세하게 확인할 수 있어, 중학교 수학과 교육과정의 이해에 대한 기초 자료로 활용할 수 있을 것이다.

둘째, 2022 개정 중학교 수학과 교육과정에 기반한 수업을 설계할 때 활용할 수 있다. 2022 개정 수학과 교육과정에서는 교육과정에 기반한 수업을 명시적으로 강조하고 있다. 이에 본 안내 자료는 수학 수업을 계획할 때 교육과정을 활용할 수 있도록 개발하였다. 구체적으로는 ‘핵심 아이디어’를 통해 영역 전체를 아우르도록 하고, 내용 체계(표)의 ‘지식·이해, 과정·기능, 가치·태도’를 파악할 수 있도록 하였고, ‘성취기준, 성취기준 해설, 성취기준 적용 시 고려 사항’에 주목할 수 있도록 하였으며, 최종적으로 ‘교수·학습 및 평가’를 확인할 수 있도록 하였다. 이러한 과정을 통해 현장 교사가 교육과정에 기반한 수업 계획을 구체적으로 실현할 수 있도록 하였다. 본 안내 자료를 통해 국가 수준에서 고시한 교육과정에 기반한 수업을 설계할 수 있도록 지원하였다. 따라서 현장 교사는 본 안내 자료를 통해 교육과정에 기반한 수업 설계에 활용할 수 있을 것이다. 실제로 2부에 제시된 수업 설계 예시에서는 핵심 아이디어와 성취기준을 기반으로 단원의 목표를 달성하기 위한 탐구 질문을 개발하였는데, 이러한 탐구 질문의 개발은 교육과정에 기반한 수업 설계의 출발점이 될 것으로 기대된다. 또한, 수업 설계 예시에서는 구체화할 교수·학습 활동 전략을 개발하고 적용하였는데, 이러한 활동 전략의 개발은 학생들이 수업에 능동적으로 참여하고 학습의 즐거움을 경험할 수 있으며 교사와 학생 간, 학생과 학생 간 상호 신뢰와 협력이 가능한 유연한 교수·학습 설계의 기반이 될 것으로 기대된다.

셋째, 과정중심평가를 실시하기 위한 다양한 평가 자료를 개발할 때 활용할 수 있다. 본 안내 자료 2부에 실린 수업 설계 예시에는 각 단원에 최적화된 수행과제를 제시하였다. 목표 달성 여부 및 학생의 성장과 발달을 지원할 수 있는 다양한 평가과제를 개발하여 제시하였는데, 삶과 연계한 학습, 교과 내, 교과 간 연계 통합을 고려한 수행과제 자료, 실제성과 복잡성이 있는 문제 형식의 수행과제 자료, 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 총체적으로 담고 있는 수행과제의 질을 평가할 수 있는 타당한 루브릭 예시 자료, 학생에게 피드백을 주는 방안과 학생의 성찰을 강조하는 자기평가 자료, 단원의 최종 목표 달성 여부를 확인할 수 있는 평가과제 및 루브릭 예시 자료, 프로젝트 산출물 또는 결과물 형태 평가 자료, 디지털 기반 평가 자료 등을 제시하였다. 이러한 수행과제 및 예시 자료는 2022 개정 수학과 교육과정에서 제시하고 있는 과정중심평가 자료 개발에 활용할 수 있다. 실제로 본 안내 자료에서는 지필평가 자료, 프로젝트 평가 자료, 포트폴리오 평가 자료, 관찰/면담/구술 평가 자료, 자기평가 자료, 동료평가 자료, 교구/공학 도구 활용 평가 자료, 온라인 평가 자료 및 루브릭을 구체적으로 확인할 수 있다.

넷째, 다양한 교수·학습 모형을 적용한 수업을 실현하기 위한 기초 자료로 활용할 수 있다. 수업 설계 예시A에서는 ‘변화와 관계 영역에서 수학적 모델링을 적용하고 문제를 해결하는 과정’을 중학교 1학년 ‘좌표평면과 그래프’ 중단원을 기반으로 하여 개발하였다. 이 예시 자료에서는 수학적 모델링 기반한 수업 모형을 확인할 수 있다. 수업 설계 예시B에서는 ‘도형과 측정 영역에서 정당화에 대한 내용과 증명’을 중학교 2학년 ‘삼각형과 사각형의 성질’ 중단원을 기반으로 개발하였다. 이 예시 자료에서는 탐구학습에 기반한 수업 모형을 확인할 수 있다. 수업 설계 예시C에서는 ‘자료와 가능성 영역에서 상자그림과 통계적 문제해결 과정’을 중학교 3학년 ‘상자그림과 산점도’ 중단원을 기반으로 하여 개발하였다. 이 예시 자료에서는 프로젝트 학습 모형을 확인할 수 있다. 마지막으로 수학과 교수·학습 방안별 예시에서는 2022 개정 수학과 교육과정에서 제시하고 있는 7개의 교수·학습 방안(모형)인 설명식 교수, 토의·토론 학습, 협력학습, 탐구학습, 프로젝트 학습, 수학적 모델링, 놀이 및 게임 학습에 대한 다양한 정보를 확인할 수 있고, 이를 기반으로 다양한 수업 실현을 위한 자료로 활용할 수 있다.



[그림II-2] 자료의 활용 방안

# MEMO



A series of horizontal blue dotted lines for writing, spanning the width of the page.



2022 개정 교육과정  
수업-평가 안내 자료

중학교  
**수학**

**제 2 부**

중학교 수학과  
수업-평가 설계의 실제



## 1. 수업 설계 예시\*A

### 학습자 참여 중심의 수학적 모델링 수업-평가 설계

---

\* 활용가이드 총론 제2부에 제시된 “학습자 참여 중심의 수학적 모델링 수업-평가 설계”를 중학교 수학과 수업에 적용할 수 있도록 수정 보완하여 작성한 수업 설계 예시 자료임



## 학습자 참여 중심의 수학적 모델링 수업-평가 설계

### 1

### 수업설계에 대한 개관

2022 개정 교육과정에서는 학습을 스스로 이끌어가는 학습 주도성을 함양하는데 중점을 두고 있다. 학습 주도성을 강화하기 위해서는 변화와 관계 영역에서 ‘좌표평면과 그래프’에 포함된 성취기준을 바탕으로 학생들이 수업에 적극적으로 참여할 수 있도록 수업방법을 다양화할 필요가 있다. 이러한 관점에서 본 수업 설계 예시는 학습자 참여를 활발하게 하는 다양한 수업방법을 활용하는 것에 초점을 둔 수업설계로, 학습자가 수업 및 평가에 능동적으로 참여할 수 있도록 수업이 설계되어야 한다는 점을 강조하고 있다. 이를 위해 교육과정을 체계적으로 분석한 결과를 바탕으로 중학교 1학년에서 학습하는 ‘좌표평면과 그래프’ 단원에서 다음과 같은 부분에 초점을 맞추었다.

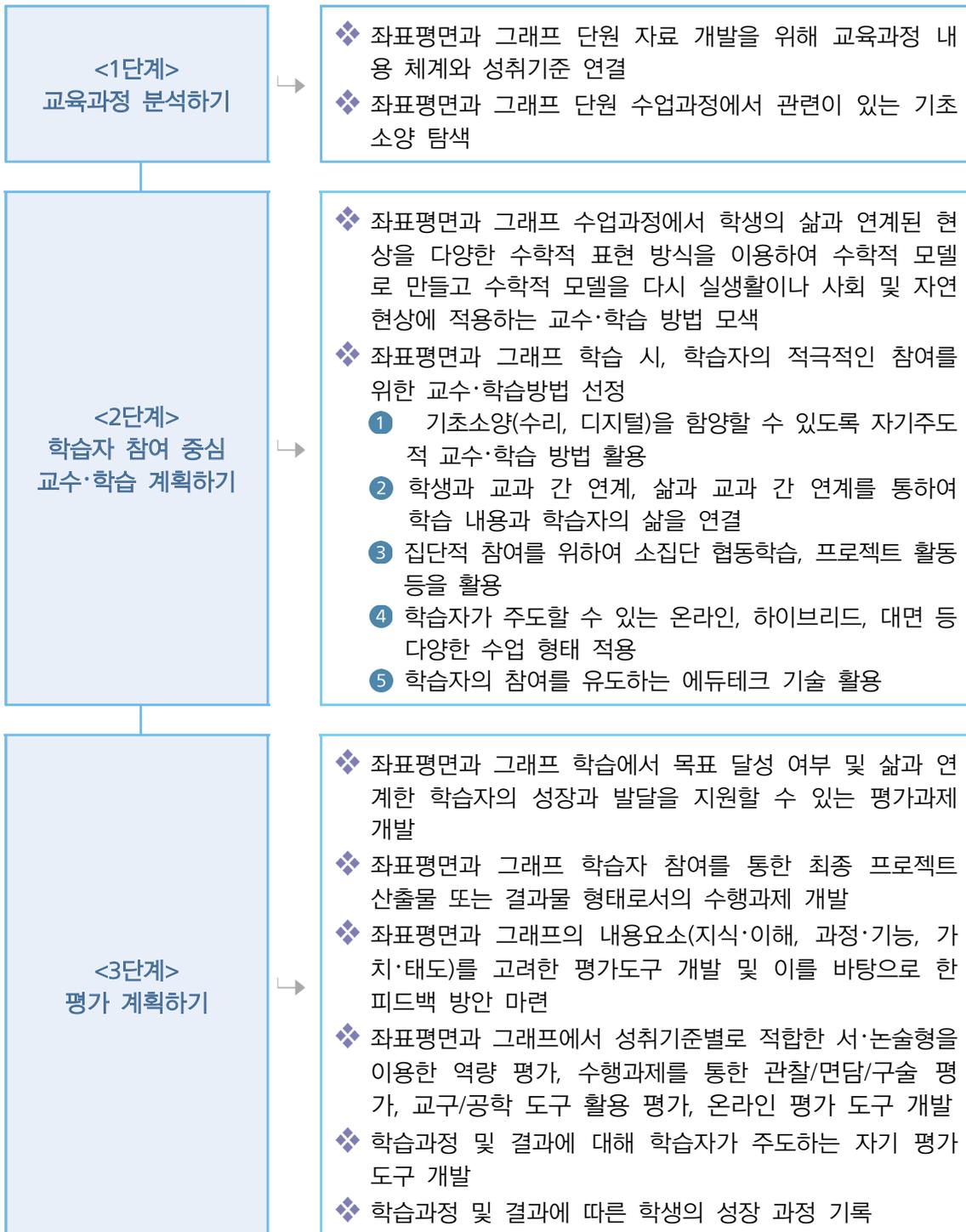
- 다양한 상황을 일상 언어, 표, 그래프, 식으로 나타내고 이들 사이의 상호 변환 활동을 하게 한다.
- 공학 도구를 이용하여 함수의 그래프를 그리거나 함수의 그래프의 성질을 탐구하게 한다.
- 실생활이나 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 해결할 때 수학적 모델링을 적용하고 도전적으로 문제를 해결할 수 있게 한다.

그래프를 해석하거나 그래프로 나타내는 과정, 정비례 관계와 반비례 관계를 표, 그래프, 식으로 나타내보는 상호 변환 활동을 실생활 상황에서 자연스럽게 생각하고 수학으로 연결될 수 있도록 하였다. 또한, 수업 중에 공학 도구를 활용하여 그래프의 성질을 탐구할 뿐만 아니라 이를 평가와 연결하여 탐구하고 개념을 학습할 수 있도록 하였다. 무엇보다 삶과 관련된 다양한 상황에서 좌표평면과 그래프의 수학적 개념을 사용한 수학적 모델링을 적용하여 학습자가 주도하여 문제를 해결할 수 있도록 하였다. 게다가 실생활, 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 수학적 모델링을 통해 해결하려는 도전적인 태도를 함양할 수 있도록 하는 가치·태도 범주도 강조하였다. 이때, 학생과 함께 만들어가는 다양한 교수·학습 방법, 그리고 학습과정에서 구체적인 과업을 수행하거나 문제해결을 통한 산출물을 생산하는 등 학습자의 능동적 참여와 스스로 실행과정을 적극적으로 성찰하는 평가가 이루어지도록 설계하였다.

본 수업 설계 예시는 변화와 관계 영역의 ‘좌표평면과 그래프’ 교육과정 분석하기 → 학습자 참여 중심 교수·학습 활동 계획하기 → 평가 계획하기의 3단계로 구성되어 있다. 각 단계에서는 학생의 성장을 목표로 성취기준을 중심으로 재구성하여 학생 참여 중심 수업을 실천하는 사례, 수업 활동 과정을 평가하는 현장 사례들이 담겨져 있다.

## 2

### 개발 단계



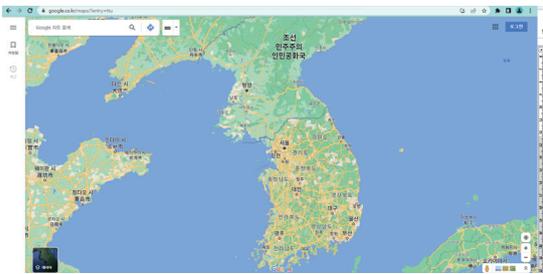
### 3

## 학습자 참여 중심의 수학적 모델링 수업-평가 설계

### 가 단원 개요

1. 단원의 이해			
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 변화하는 현상에 반복적인 요소로 들어있는 규칙은 수나 식으로 표현될 수 있으며, 규칙을 탐구하는 것은 수학적으로 추측하고 일반화하는 데 기반이 된다.</li> <li>● 동치 관계, 대응 관계, 비례 관계 등은 여러 현상에 들어있는 대상들 사이의 다양한 관계를 기술하고 복잡한 문제를 해결하는 데 유용하게 활용된다.</li> <li>● 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 나타내는 함수와 그 그래프는 변화하는 현상 속의 다양한 관계를 수학적으로 표현한다.</li> </ul>		
내용요소	<b>지식·이해</b>	<b>과정·기능</b>	<b>가치·태도</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 좌표평면과 그래프</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 상황이나 관계를 표, 식, 그래프로 나타내기</li> <li>● 주어진 그래프 해석하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 순서쌍과 좌표, 그래프 등 수학적 표현의 유용성과 편리함 인식</li> <li>● 실생활, 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 수학적 모델링을 통해 해결하려는 도전적인 태도</li> <li>● 체계적으로 사고하여 합리적으로 의사 결정하는 태도</li> <li>● 타당한 근거에 따라 논리적으로 설명하는 태도</li> </ul>
성취기준	<p>[9수02-05] 순서쌍과 좌표를 이해하고, 그 편리함을 인식할 수 있다.</p> <p>[9수02-06] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.</p> <p>[9수02-07] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.</p>		

<p>성취기준 해설 및 적용 시 고려사항</p>	<p>&lt;성취기준 해설&gt;          [9수02-05] 실생활에서 좌표가 사용되는 예를 찾아보고 이를 수직선과 좌표평면 위에 표현해 보며, 그 유용성과 편리함을 인식하게 한다.          [9수02-06] 다양한 상황을 그래프로 나타내어 증가와 감소, 주기적 변화 등 변화 상태를 쉽게 파악할 수 있게 한다. 주어진 그래프를 해석하여 그래프가 나타내는 상황을 설명하게 함으로써 그래프의 유용성을 인식하게 한다.          [9수02-07] 속력과 거리, 속력과 시간과 같은 실생활의 예를 통해 정비례와 반비례 관계를 직관적으로 이해하게 하고, 정비례와 반비례 관계가 성립하는 실생활의 예를 찾아 설명하게 한다.</p> <p>&lt;성취기준 적용시 고려사항&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 다양한 상황을 일상 언어, 표, 그래프, 식으로 나타내고 이들 사이의 상호 변환 활동을 하게 한다.</li> <li>● 공학 도구를 이용하여 함수의 그래프를 그리거나 함수의 그래프의 성질을 탐구하게 한다.</li> <li>● 실생활이나 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 해결할 때 수학적 모델링을 적용하고 도전적으로 문제를 해결할 수 있게 한다. 이때, 환경 및 기후 변화 등과 관련된 다양한 문제 상황을 통해 생태전환에 관심을 갖게 한다.</li> </ul>		
<p>에듀테크 활용</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 알지오매스, 데스모스, 패들렛, 퀴즈앤, 구글맵 등</li> </ul>		
<p>교육과정 연계성</p>	<p>초등학교 5~6학년군</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> 대응 관계 [6수02-01] 한 양이 변할 때 다른 양이 그에 종속하여 변하는 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 설명하고, □, △ 등을 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> 비와 비율 [6수02-02] 두 양의 크기를 비교하는 상황을 통해 비의 개념을 이해하고, 두 양의 관계를 비로 나타낼 수 있다. [6수02-03] 비율을 이해하고, 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타낼 수 있다.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> 비례식과 비례배분 [6수02-04] 비례식을 알고, 그 성질을 이해하며, 이를 활용하여 간단한 비례식을 풀 수 있다. [6수02-05] 비례배분을 알고, 주어진 양을 비례배분 할 수 있다.</li> </ul>	<p>중학교 1학년 &lt;본 단원&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> 좌표평면과 그래프 [9수02-05] 순서쌍과 좌표를 이해하고, 그 편리함을 인식할 수 있다. [9수02-06] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다. [9수02-07] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.</li> </ul>	<p>중학교 2학년</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> 일차함수와 그 그래프 [9수02-14] 함수의 개념을 이해하고, 함수값을 구할 수 있다. [9수02-15] 일차함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다. [9수02-16] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</li> </ul>
<p>기초소양</p>	<p><input type="checkbox"/> 언어 <input checked="" type="checkbox"/> 수리 <input checked="" type="checkbox"/> 디지털</p>		

2. 교수·학습 계획		
차시	주요 수업내용	학습자 참여형 교수·학습 방법 및 기법
1~2 [평가자료A]	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 좌표를 도입할 수 있는 상황 제시               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 영화관, 기차 좌석, 학교 교실의 자리 등 열과 행으로 관계가 이루어져 있는 것에 대한 예시를 제시</li> <li>- 각각의 위치를 말로 설명해보고, 좌표평면 위에 점으로 표현<sup>[1]</sup></li> </ul> </li> <li>※ 티켓을 한 학생에게만 주고 전체 학생들에게 말로 설명하게 하여 친구들이 어느 위치인지 찾을 수 있게 할 수 있음. 똑같은 상황으로 좌표평면을 제시하여 찾을 수 있게 하면서 좌표 사용의 유용성에 대해 생각해볼 수 있는 기회 제공<sup>[2]</sup></li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 순서쌍과 좌표 이해               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 순서쌍을 이용하여 좌표평면 위에 점의 위치 나타내고 읽기</li> </ul> </li> <li>● [평가자료A]로 과정중심평가를 실시하며 수업 전개</li> <li>- [평가자료A] 각자 내가 가고 싶은(또는 다녀온 곳 중 기억에 남는) 국내 여행지 3~5개 정도의 위치를 구글맵을 통해 확인하여 경도와 위도의 위치를 순서쌍으로 나타내어 좌표평면 위에 점을 찍어 나타내고 말로 설명하기, 모둠원은 구글맵에서 검색하여 어느 지역인지 말해보기</li> </ul>  <p>&lt;구글맵&gt;</p> <p>출처 <a href="https://www.google.co.kr/maps">https://www.google.co.kr/maps</a></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 영화관 좌석표 또는 기차 티켓 / 티켓에 제시된 영화관 또는 기차 좌석표 전체 그림</li> <li>- 위도와 경도가 표시된 한 국지도</li> <li>- 구글맵(<a href="https://www.google.co.kr/maps">https://www.google.co.kr/maps</a>)</li> <li>- 2인 1조 또는 모둠별로 구술 평가</li> <li>- 패들렛을 통한 의견 공유</li> </ul>



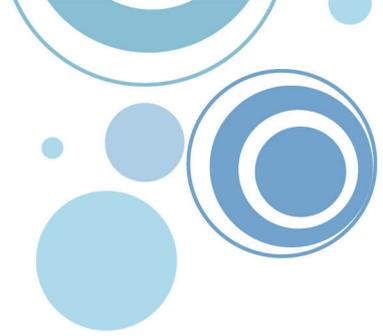
	<p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 좌표 사용의 유용성과 편리함에 대해 패들렛에 공유<sup>[3]</sup></li> <li>☑ 수업의 중점</li> </ul> <p>[수학적 모델링] 위도와 경도의 현실을 수학의 좌표평면으로 표현하여 해석하고, 이를 실생활과 연결</p>	
3	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 신문 기사, 뉴스 등 다양한 형태의 그래프 자료를 보고 어떤 의미가 있는지 토의</li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 그래프의 개념 이해</li> <li>- 점으로 표현된 그래프, 선으로 표현된 그래프의 형태를 모두 제시하며 두 가지 모두 그래프가 됨에 대해 토의</li> <li>- 순서쌍이 주어진 상황을 제시하고 그래프로 표현해보기</li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 그래프 사용의 유용성과 편리함에 대해 패들렛에 공유</li> </ul>	- 패들렛을 통한 의견 공유
4~5 (본차시) [평가자료B]	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 초등학교 때 학습한 꺾은선 그래프 복습</li> <li>- 평균 온도를 나타낸 꺾은선 그래프를 보고 기후 변화에 대한 의견 공유<sup>[4]</sup></li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프 해석</li> </ul> <p>[수학적 모델링]의 단계에 따른 문제 해결</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 실세계 현상(문제상황) 제시</li> <li>- 체육대회에서 두 학생이 미션 달리기를 하는 과정에 대한 중계를 읽고, 두 학생이 달리기 경기 중 서로를 추월하는 것이 몇 번인지 구하는 방법에 대해 생각해보기</li> <li>● 수학적 모델<sup>[5]</sup></li> <li>- 두 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프 그리기</li> </ul>	- 패들렛을 통한 의견 공유

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 각 학생의 그래프를 그린 뒤, 두 그래프를 하나의 좌표평면에 그리기</li> <li>● 수학적 결과<sup>[6]</sup></li> <li>- 두 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프를 보고, 두 그래프가 만나는 점을 표시해보기</li> <li>- 두 그래프가 만나는 점의 의미가 무엇인지 적어보기</li> <li>● 결론 도출</li> <li>- 두 학생이 달리기 경기 중 서로를 추월하는 것은 몇 번인지, 그래프를 이용하여 설명해보기</li> <li>● 새로운 문제 상황에 적용</li> <li>- 체육대회 이어달리기 경기에 대한 새로운 문제 상황을 만들어 보기</li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 그래프의 정의와 유용성 인식</li> <li>● 주어진 상황에서 그래프의 개형 그리기, 그래프 해석하는 문제로 정리</li> <li>● [평가자료B]를 온라인 과제로 제시하여 수업 내용 정리 및 평가</li> <li>- [평가자료B] 나의 인생그래프 그리고 서술하기</li> </ul>	
<p>6</p>	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 여러 가지 상황을 제시하여, 각 상황에서 두 변수 사이의 관계의 특징 파악</li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 도입의 상황을 바탕으로 정비례, 반비례 관계 뜻 정리</li> <li>● 정비례, 반비례 관계 이해하고 표로 표현</li> <li>- 정비례 관계를 이해하고 표로 나타내기</li> <li>- 반비례 관계를 이해하고 표로 나타내기</li> <li>● 탄소발자국 계산기를 이용하여 실생활 속 정비례, 반비례 관계 연결</li> <li>- 실생활 속의 주어진 관계가 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하기<sup>[7]</sup></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 탄소발자국 계산기(<a href="https://www.kcen.kr/tanso/intro.o.green">https://www.kcen.kr/tanso/intro.o.green</a>)</li> </ul>

	<p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 주어진 상황을 표로 나타내어 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단</li> </ul>	
7-8 [평가자료C]	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 정비례 관계의 의미 알기 복습</li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 정비례 관계를 식으로 나타내기<sup>[8]</sup></li> <li>- 데스모스(<a href="https://www.desmos.com/?lang=ko">https://www.desmos.com/?lang=ko</a>)를 이용하여 수업 전개</li> <li>● 정비례 관계 그래프 그리기</li> <li>- 알지오매스(<a href="https://www.algeomath.kr/main.do">https://www.algeomath.kr/main.do</a>) 또는 EBSMath 중학교용 이지 그래프(<a href="https://www.ebsmath.co.kr/easyGraph">https://www.ebsmath.co.kr/easyGraph</a>)를 이용하여 그래프 그리기</li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● [평가자료C]로 과정중심평가를 실시하며 수업 정리</li> <li>- [평가자료C] 공학 도구를 활용한 정비례 관계 그래프</li> <li>● 각자 그린 그래프를 이미지로 저장하여 패들렛에 공유</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 데스모스</li> <li>- 알지오매스 또는 EBSMath 중학교용 이지 그래프</li> <li>- 패들렛을 통한 의견 공유</li> </ul>
9-10	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 반비례 관계의 의미 알기 복습</li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 반비례 관계를 식으로 나타내기</li> <li>- 데스모스(<a href="https://www.desmos.com/?lang=ko">https://www.desmos.com/?lang=ko</a>)를 이용하여 수업 전개</li> <li>● 반비례 관계 그래프 그리기</li> <li>- 알지오매스(<a href="https://www.algeomath.kr/main.do">https://www.algeomath.kr/main.do</a>) 또는 EBSMath 중학교용 이지 그래프(<a href="https://www.ebsmath.co.kr/easyGraph">https://www.ebsmath.co.kr/easyGraph</a>)를 이용하여 그래프 그리기<sup>[9]</sup></li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 각자 그린 그래프를 이미지로 저장하여 패들렛에 공유</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 데스모스</li> <li>- 알지오매스 또는 EBSMath 중학교용 이지 그래프</li> <li>- 패들렛을 통한 의견 공유</li> </ul>

<p>11 [평가자료D]</p>	<p>&lt;도입&gt;  <ul style="list-style-type: none"> <li>● 정비례, 반비례 관계의 의미를 알고, 식, 그래프로 나타내기 복습</li> </ul> <p>&lt;전개&gt;  <ul style="list-style-type: none"> <li>● 실생활에서 찾은 정비례와 반비례 관계를 그래프로 표현</li> <li>● [평가자료D]로 과정중심평가를 실시하며 수업 전개</li> <li>- [평가자료D] 정비례 관계, 반비례 관계가 되는 실생활 속의 상황을 보고, 문제 해결</li> </ul> <p>&lt;정리&gt;  <ul style="list-style-type: none"> <li>● 정비례, 반비례 관계가 되는 실생활 속 상황을 찾아 문제 해결하는 예를 데스모스, 패들렛 등에 공유</li> </ul> <p><input checked="" type="checkbox"/> 수업의 중점          [수학적 모델링] 실생활 속의 상황을 정비례, 반비례 관계의 의미를 통해 수학적으로 해석하여 실생활과 연결하기</p> </p></p></p>	<p>- 데스모스, 구글클래스룸, 설문조사 플랫폼, 패들렛 등을 이용한 제출</p>
-----------------------	---	--

<p>학습자 자기평가 및 성찰</p>	<p>내용</p>	<p>검토 사항</p>
	<p>1. 순서쌍과 좌표를 이해하고, 그 편리함을 인식할 수 있나요?</p> <p>2. 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있나요?</p>	<p>수직선과 점의 좌표, 좌표평면과 점의 좌표의 차이점을 알아 좌표평면에서 순서쌍과 좌표를 이해하여 표현하고 읽을 수 있는가?          좌표평면 위에 좌표를 표현하는 활동에 대한 유용성과 편리함을 인식할 수 있는가?</p> <p>일상생활의 다양한 상황을 그래프로 표현하거나 그래프를 보고 해석할 수 있는가?          그래프로 표현하는 것에 대한 편리함을 인식할 수 있는가?          문제 해결을 위해 확인한 정보 (<math>x</math>축과 <math>y</math>축의 의미, 순서쌍, 좌표)는 무엇이고 그 정보를 어떻게 활용할 수 있는가?</p>



<p>3. 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있나요?</p>	<p>실생활의 예를 통해 정비례와 반비례 관계를 직관적으로 이해하였는가? 정비례와 반비례 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있으며 이들 사이의 상호 변환 활동이 가능한가?</p>
--	---

내용	매우 그렇다	보통 이다	부족 하다
1. 수행과제를 충실히 수행했나요?			
2. 친구들의 의견을 충분히 경청했나요?			

3. 평가계획 및 기타 교수·학습 자료

[평가자료A] 내가 가고 싶은(또는 다녀온 곳 중 기억에 남는) 여행지

- 1) 소단원: 순서쌍과 좌표
- 2) 학습목표: 순서쌍과 좌표를 이해한다.
- 3) 차시: 1-2차시

평가 자료 (루브릭)	가. 평가방법 - 수업 과정에서 학생의 말과 활동 기록(모둠별 비디오 촬영) - 구술 평가와 함께 모둠별로 동료 평가 - 필요시 개별 학생 교사의 면담 평가 <input type="checkbox"/> 서·논술형 평가 <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가 <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가 <input type="checkbox"/> 관찰 평가 <input type="checkbox"/> 면담 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 구술 평가 <input type="checkbox"/> 자기 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 동료 평가 <input type="checkbox"/> 온라인 평가 <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가 <input type="checkbox"/> 기타(   )	
	나. 평가 기준 - 관련 성취기준: [9수02-05] 순서쌍과 좌표를 이해하고, 그 편리함을 인식할 수 있다.	
	수준	점의 좌표를 말로 설명하기
	매우 잘함	내가 정한 여행의 위치를 경도와 위도를 사용하여 위치를 논리적으로 설명하였으며, 내가 설명한 위치를 좌표평면 위에 제대로 나타낸 것을 찾아 그 이유를 논리적으로 설명할 수 있다.
보통	내가 정한 여행의 위치를 경도와 위도를 사용하여 위치를 설명하였으며, 내가 설명한 위치를 좌표평면 위에 표시한 것을 찾아 그 이유를 말할 수 있다.	
노력 요함	도움을 받아 구글맵으로 자신의 여행지를 찾아 친구들에게 설명하고자 노력하였으나, 내가 정한 여행의 위치를 경도와 위도를 사용하여 위치를 설명하지 못하였다.	
	점을 좌표평면 위에 나타내기	친구들의 설명을 귀담아 들으며 스스로 좌표평면 위에 점의 좌표를 정확하게 표시하였다.
	점을 좌표평면 위에 나타내기	친구들의 설명을 귀담아 들으며 좌표평면 위에 점의 좌표를 어느 정도 표시하였다.
	점을 좌표평면 위에 나타내기	친구들의 설명을 들으며 좌표평면 위에 점의 좌표를 표시하는 데 어려움이 있어 주변의 도움을 받아 수행을 완성하였다.



	<p>다. 체크리스트</p> <p>- 구술 평가</p> <table border="1" data-bbox="411 448 1348 757"> <thead> <tr> <th>평가 기준</th> <th>상</th> <th>중</th> <th>하</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>여행지의 위치를 경도와 위도의 위치로 정확하게 말로 설명하였는가?</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>자신이 설명한 위치를 좌표평면 위에 점으로 제대로 나타낸 것을 찾을 수 있는가?</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>자신이 선택한 이유를 정확하게 설명할 수 있는가?</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>- 동료 평가</p> <table border="1" data-bbox="411 833 1348 1048"> <thead> <tr> <th>평가 기준</th> <th>상</th> <th>중</th> <th>하</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>000은 친구들의 설명을 바른 자세로 경청하였는가?</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>000은 친구의 설명을 듣고 그 위치를 좌표평면 위에 점으로 나타내었는가?</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	평가 기준	상	중	하	여행지의 위치를 경도와 위도의 위치로 정확하게 말로 설명하였는가?				자신이 설명한 위치를 좌표평면 위에 점으로 제대로 나타낸 것을 찾을 수 있는가?				자신이 선택한 이유를 정확하게 설명할 수 있는가?				평가 기준	상	중	하	000은 친구들의 설명을 바른 자세로 경청하였는가?				000은 친구의 설명을 듣고 그 위치를 좌표평면 위에 점으로 나타내었는가?			
평가 기준	상	중	하																										
여행지의 위치를 경도와 위도의 위치로 정확하게 말로 설명하였는가?																													
자신이 설명한 위치를 좌표평면 위에 점으로 제대로 나타낸 것을 찾을 수 있는가?																													
자신이 선택한 이유를 정확하게 설명할 수 있는가?																													
평가 기준	상	중	하																										
000은 친구들의 설명을 바른 자세로 경청하였는가?																													
000은 친구의 설명을 듣고 그 위치를 좌표평면 위에 점으로 나타내었는가?																													
<p>학습 자료</p>	<p>1. 자료 유형: 학습 활동지, 구글맵, 1인 1개의 탭(노트북, 핸드폰) 등</p> <p>2. 활동 내용</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 경도와 위도에 대한 설명(교사의 자료 제시를 통해 학생들과 함께 정리)</li> <li>- &lt;참고자료: 구글맵 사용 방법&gt; 학습지를 제시하며, 구글맵의 사용법 설명 (지점을 선택하고 경도와 위도 읽는 법)</li> <li>- 단계에 따라 자신이 가고 싶은(또는 다녀온 곳 중 기억에 남는) 여행지를 선택하여 &lt;수행과제: 내가 (가고 싶은/다녀온 기억에 남는) 여행지&gt;에 정리</li> <li>- 모둠별(1인 4조) 말하기 순서 정하기, 이때 핸드폰 등을 이용하여 모둠별 활동 상황을 영상으로 촬영</li> <li>- 1명씩 자신이 가고 싶은/갔던 여행지 3곳을 말로 설명하면 다른 친구들이 여행지의 위치를 좌표평면 위에 나타내고 구글맵을 통해 위치 찾아 표시</li> <li>- 설명하는 친구가 좌표평면 위에 점을 제대로 표시한 친구를 말하고, 왜 그 위치가 맞는지에 대해 설명             <ul style="list-style-type: none"> <li>※ 모둠원이 발표한 친구들, 참여한 친구들에 대한 동료 평가 진행</li> <li>※ 모둠별로 발표 순서를 정하여 교사는 모둠 옆에 위치하여 구술 평가 진행</li> <li>※ 교사가 영상본 검토 후, 추가 질문이 필요한 학생에 대한 개별 면담평가 추가 진행 가능</li> </ul> </li> </ul>																												
<p>보충 자료</p>	<p>[붙임] 수행과제: 내가 (가고 싶은 /다녀온 곳 중 기억에 남는) 여행지</p> <p>[붙임] 참고자료: 구글맵 사용 방법</p>																												



## 수행과제

### 내가 (가고 싶은 / 다녀온 곳 중 기억에 남는) 여행지

1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )

[준비] 경도와 위도에 대해 적어보세요.

경도: \_\_\_\_\_

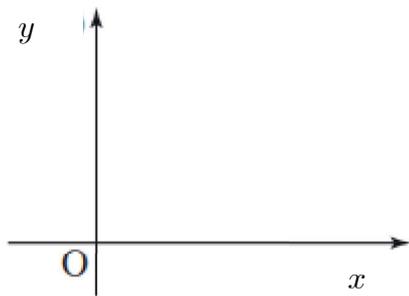
위도: \_\_\_\_\_

\* 다음 단계에 따라 여행지를 3곳 선정하여 그 위치를 말로 설명하고, 내가 설명한 여행지의 위치를 정확하게 좌표평면 위에 점으로 나타낸 친구를 선택하여 그 이유를 설명하시오.

- [1단계] 구글맵을 통해 여행지 3곳의 위치에 대한 경도와 위도 파악하기
- [2단계]  $x$ 축을 경도,  $y$ 축을 위도로 하여 좌표평면 위에 점으로 나타내기
- [3단계] 여행지의 위치를 모둠원에게 경도와 위도로 설명하기
- [4단계] 여행지의 위치를 좌표평면 위에 점으로 정확하게 나타낸 친구를 선택하고 그 이유 설명하기

(1) 여행지 3곳의 경도와 위도

(2) 여행지의 위치를 좌표평면 위에 나타내기



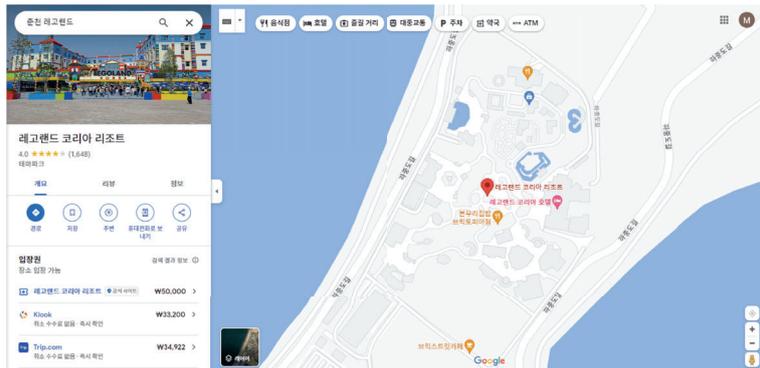
(3) 여행지를 말로 설명하기 위한 내용 메모

## 참고자료

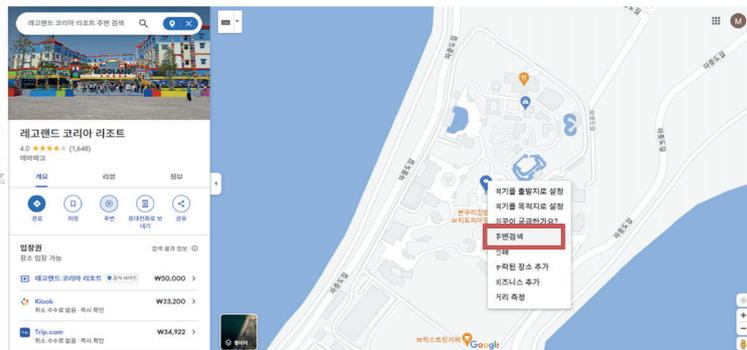
### 구글맵 사용 방법 - PC

1. <Google 지도> 접속 (<https://www.google.co.kr/maps/?entry=ttu>)

1. 장소 입력



3. 마우스 오른쪽 클릭 후 '주변검색' 누르기



4. 표시된 숫자가 해당 장소의 위도와 경도를 나타냄



출처 <https://www.google.co.kr/maps/?entry=ttu>

3. 평가계획 및 기타 교수·학습 자료

[평가자료B] 나의 인생 그래프

- 1) 소단원: 그래프
- 2) 학습목표: 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.
- 3) 차시: 4-5차시

평가 자료 (루브릭)	가. 평가방법 - 온라인으로 제출한 자신의 인생 그래프에 대한 표현과 해석 <input type="checkbox"/> 서·논술형 평가 <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가 <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가 <input type="checkbox"/> 관찰 평가 <input type="checkbox"/> 면담 평가 <input type="checkbox"/> 구술 평가 <input type="checkbox"/> 자기 평가 <input type="checkbox"/> 동료 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 온라인 평가 <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가 <input type="checkbox"/> 기타( )		
	나. 평가 기준 - 관련 성취기준: [9수02-06] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.		
	수준	그래프로 표현하기	그래프 해석하기
매우 잘함	그래프의 의미를 정확하게 알고, 그래프의 $x$ 축은 나이, $y$ 축은 행복지수로 하여 자신의 인생에서 주요한 사건이 일어났을 때의 나이와 행복지수를 점으로 찍어 그래프로 정확하게 나타내었다.	그래프의 점이 나타내는 의미를 알고, 나이와 행복지수에 대하여 구체적으로 해석하였다.	수행과제를 온라인(데스모스/패드렛 등)으로 제시시간에 제출하였으며, 실제 삶을 수학적으로 변환하여 나타내는데 적극성을 보이며, 다시 실생활의 상황으로 적용하여 정확하게 해석하였다.
보통	그래프의 $x$ 축은 나이, $y$ 축은 행복지수로 하여 주요한 사건이 일어났을 때의 나이와 행복지수를 점으로 찍어 그래프로 일부 나타내었다.	자신의 인생을 나타낸 그래프를 보고 나이와 행복지수에 대하여 해석하였다.	수행과제를 온라인(데스모스/패드렛 등)으로 제출하였으며, 실제 삶을 수학적으로 변환하고자 노력하였으며, 이를 실생활의 상황으로 적용하여 해석하였다.

노력 요함	그래프의 $x$ 축은 나이, $y$ 축은 행복지수로 하여 주요한 사건이 일어났을 때의 나이와 행복지수를 점으로 찍어 그래프로 나타내지 못하였다.	나이와 행복지수 중에 일부만 서술하고, 그래프를 해석하려고 노력하였다.	수행과제를 온라인(데스모스/패드렛 등)으로 제출하는데 힘들어하였지만, 실제 삶을 수학적으로 변환하고자 시도하였으며, 이를 실생활의 상황으로 적용하여 해석하고자 노력하였다.
학습 자료	1. 자료 유형: 학습 활동지, 패들렛, 데스모스, 구글클래스룸 등 2. 활동 내용 - 4, 5차시 정리 단계에서 <온라인 과제: 나의 인생 그래프>를 주고, 온라인 과제로 제출할 수 있도록 안내 - 자신의 인생에서 주요한 사건이 일어났을 때의 나이와 그때의 행복 지수를 순서쌍으로 하는 점을 찍어 그래프로 나타내고 이를 해석하기 ※ 다음의 방법을 이용하여 온라인 평가를 할 수 있음 - 데스모스로 제출 - 학습지에 작성 후, 사진 찍어서 패들렛에 공유 또는 구글클래스룸으로 과제 제출		
보충 자료	[붙임] 온라인 과제: 나의 인생 그래프		



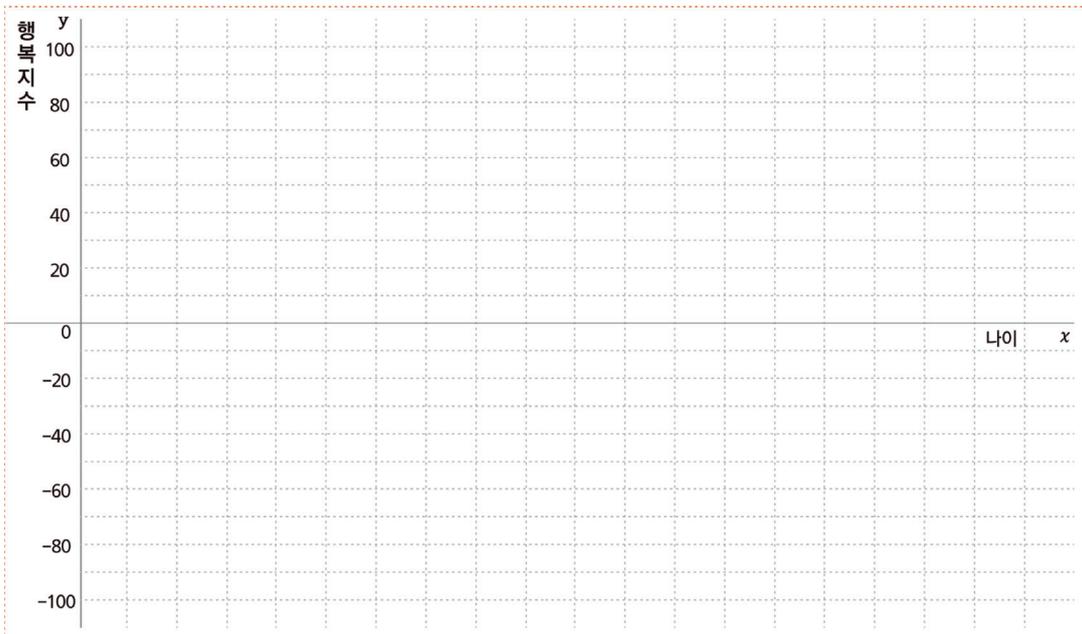
## 온라인 과제

### 나의 인생 그래프

1학년 (        )반 (        )번 이름 (        )

#### [그래프로 표현하기]

- \* 그래프를 그릴 때 중요한 점들을 찍고 점과 점 사이를 선으로 연결
- \* 중요하게 찍은 점들의 좌표는 순서쌍으로 나타내고, 점의 좌표 위에 사건을 간략하게 서술
- \* 사건은 최소 6개 이상 표현하기



#### [그래프 해석하기]

- \* 그래프를 설명할 때 나이와 행복지수의 정확한 수치를 이용하여 구체적이고 명확하게 서술

### 3. 평가계획 및 기타 교수·학습 자료

[평가자료C] 공학 도구를 활용한 정비례 관계 그래프

- 1) 소단원: 정비례와 반비례
- 2) 학습목표: 정비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.
- 3) 차시: 7-8차시

	<p>가. 평가방법</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 공학 도구가 개념 이해에 사용</li> <li><input type="checkbox"/> 서·논술형 평가 <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가 <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가 <input type="checkbox"/> 관찰 평가</li> <li><input type="checkbox"/> 면담 평가 <input type="checkbox"/> 구술 평가 <input type="checkbox"/> 자기 평가 <input type="checkbox"/> 동료 평가</li> <li><input type="checkbox"/> 온라인 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가 <input type="checkbox"/> 기타( )</li> </ul> <p>나. 평가 기준</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 관련 성취기준: [9수02-07] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.</li> </ul> <table border="1" data-bbox="416 1003 1340 1774"> <thead> <tr> <th>수준</th> <th>정비례 관계 그래프 그리기</th> <th>공학 도구 활용</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>매우 잘함</td> <td>자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리고, 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그린 후, 자신이 그렸던 그래프와 비교하여 설명할 수 있다.</td> <td>공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하는 데 적극 활용하였다.</td> </tr> <tr> <td>보통</td> <td>자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리는데 실수가 있었으나, 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그린 후, 자신이 그렸던 그래프와 비교하여 수정하였다.</td> <td>공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하고자 노력하였다.</td> </tr> <tr> <td>노력 요함</td> <td>자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리지 못하였으나, 도움을 받아 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그렸다.</td> <td>공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하는 데 도움을 받았다.</td> </tr> </tbody> </table>	수준	정비례 관계 그래프 그리기	공학 도구 활용	매우 잘함	자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리고, 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그린 후, 자신이 그렸던 그래프와 비교하여 설명할 수 있다.	공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하는 데 적극 활용하였다.	보통	자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리는데 실수가 있었으나, 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그린 후, 자신이 그렸던 그래프와 비교하여 수정하였다.	공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하고자 노력하였다.	노력 요함	자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리지 못하였으나, 도움을 받아 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그렸다.	공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하는 데 도움을 받았다.
수준	정비례 관계 그래프 그리기	공학 도구 활용											
매우 잘함	자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리고, 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그린 후, 자신이 그렸던 그래프와 비교하여 설명할 수 있다.	공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하는 데 적극 활용하였다.											
보통	자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리는데 실수가 있었으나, 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그린 후, 자신이 그렸던 그래프와 비교하여 수정하였다.	공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하고자 노력하였다.											
노력 요함	자신이 정한 정비례 관계식을 만족하는 두 점을 찾아 공학 도구로 그래프를 그리지 못하였으나, 도움을 받아 실제 공학 도구의 그래프 기능을 이용하여 그래프를 그렸다.	공학 도구의 기능을 이용하여 그래프를 그리고 공학 도구로 개념을 이해하는 데 도움을 받았다.											
<p>평가 자료 (루브리)</p>	<p>1. 자료 유형: 학습 활동지, 알지오매스, 데스모스 등</p> <p>2. 활동 내용</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 정비례 관계 그래프를 배우는 전개 단계에서 &lt;수행과제: 공학 도구를 활용</li> </ul>												

	<p>한 정비례 관계 그래프&gt; 제시</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- 정비례 관계식을 적기</li><li>- 알지오매스에 두 점을 찍어 정비례 관계 그래프 그리기</li><li>- 알지오매스의 그래프 그리기 기능을 이용하여 정비례 관계 그래프 그리기</li><li>- 두 점을 찍어 그린 그래프와 그래프 그리기 기능을 이용하여 그린 그래프의 일치 여부를 살펴보고, 자신이 그린 그래프 반성해보기</li></ul>
보충 자료	[붙임] 수행과제: 공학 도구를 활용한 정비례 관계 그래프



## 수행과제

### 공학 도구를 활용한 정비례 관계 그래프

1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )

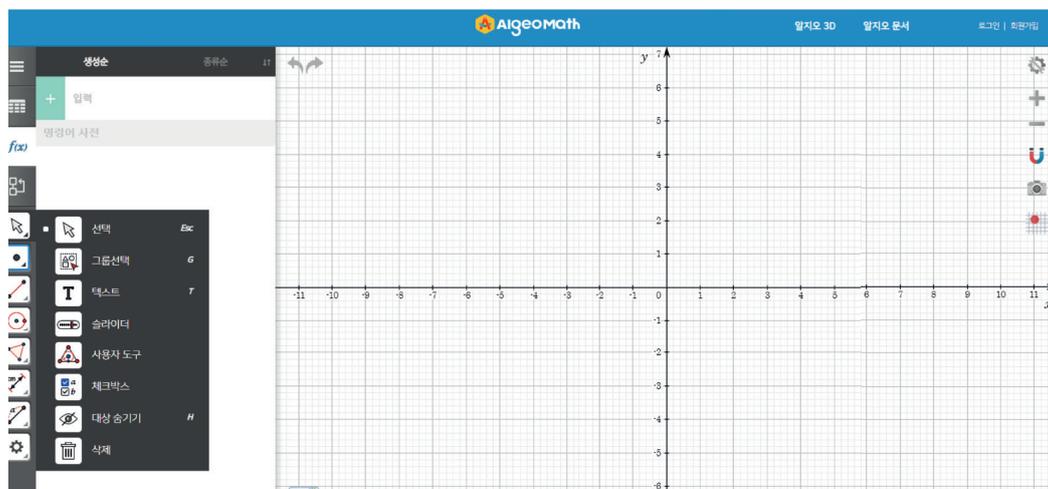
다음 단계를 따라 과제를 수행하십시오.

[1단계] 알지오매스 사이트 접속하기(<https://www.algeomath.kr/main.do>)

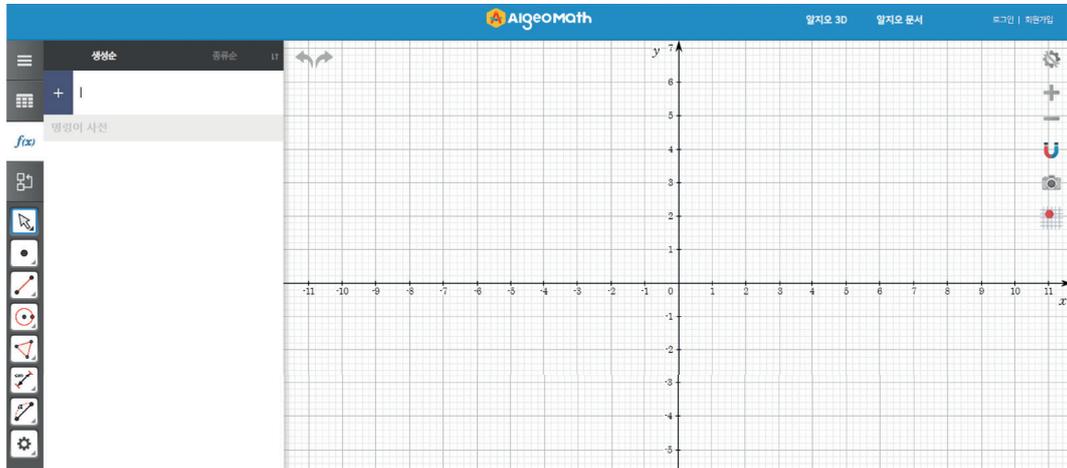


[2단계] 정비례 관계식을 하나 정하여, 점 찍기와 직선 그리기 기능을 이용하여 두 점을 찍어 그래프 그리기

내가 정한 정비례 관계식:  $y =$  \_\_\_\_\_



[3단계] 함수식에 정비례 관계식을 입력하여 그래프 그리기



출처 <https://www.algeomath.kr/main.do>

[4단계] 2단계에서 그린 그래프와 3단계에서 그린 그래프를 비교하여 설명하기

[5단계] 자신이 그린 그래프에 대하여 반성하고 수정하기

### 3. 평가계획 및 기타 교수·학습 자료

[평가자료D] 정비례 관계 또는 반비례 관계를 이용하여 실생활 문제 해결

- 1) 소단원: 정비례와 반비례
- 2) 학습목표: 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.
- 3) 차시: 11차시

평가 자료 (루브릭)	가. 평가방법		
	나. 평가 기준		
	평가 요소	배 점	채점기준
1	정비례 관계를 이용하여 문제 해결하기	3점	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 정비례 관계식을 세워 문제를 옳게 해결한 경우</li> </ul> <p style="text-align: center; background-color: #e0e0e0; margin: 5px 0;"><b>예시 답안</b></p> <p>몸무게가 <math>x</math>kg인 청소년의 하루 평균 카페인 섭취 권장량을 <math>y</math>mg라고 할 때, <math>x</math>와 <math>y</math>사이의 관계를 식으로 나타내면, <math>y = 2.5x</math>  <math>x = 40</math>을 대입하면, <math>y = 2.5 \times 40 = 100</math>                  따라서 하루 평균 카페인 섭취 권장량은 100mg이다.</p>
		2점	● 정비례 관계식을 세웠으나, 문제를 옳게 해결하지 못한 경우
		1점	● 정비례 관계식을 세우지 못하고 답만 구한 경우
		0점	● 무응답 또는 그 외 오답인 경우
2	반비례 관계를 이용하여 문제 해결하기	3점	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 반비례 관계식을 세워 문제를 옳게 해결한 경우</li> </ul> <p style="text-align: center; background-color: #e0e0e0; margin: 5px 0;"><b>예시 답안</b></p> <p>성인이 하루에 카페인 <math>x</math>mg 함유되어 있는 식품을 먹을 수 있는 개수를 <math>y</math>개라고 할 때, <math>x</math>와 <math>y</math>사이의 관계를 식으로 나타내면, <math>y = \frac{400}{x}</math></p>

		$x = 80$ 을 대입하면, $y = \frac{400}{80} = 5$ 따라서 하루에 마실 수 있는 최대 에너지음료의 개수는 5개이다.
	2점	● 반비례 관계식을 세웠으나, 문제를 옳게 해결하지 못한 경우
	1점	● 반비례 관계식을 세우지 못하고 답만 구한 경우
	0점	● 무응답 또는 그 외 오답인 경우

수준	1(정비례 관계)	2(반비례 관계)
매우 잘함	실생활 속 현상에서 정비례 관계를 이해하여 그 관계를 표, 식으로 정확하게 나타내고, 주어진 문제 상황을 논리적으로 정확하게 해결하였다.	실생활 속 현상에서 반비례 관계를 이해하여 그 관계를 표, 식으로 정확하게 나타내고, 주어진 문제 상황을 논리적으로 정확하게 해결하였다.
보통	정비례 관계를 이해하고 정비례 관계가 있는 실생활 속 현상을 표, 식으로 나타내고, 문제 상황을 어느 정도 해결하였다.	반비례 관계를 이해하고 반비례 관계가 있는 실생활 속 현상을 표, 식으로 나타내고, 문제 상황을 어느 정도 해결하였다.
노력 요함	정비례 관계를 이해하였으나, 그 관계를 표 또는 식으로 나타내어 문제를 해결하지 못하였다.	반비례 관계를 이해하였으나, 그 관계를 표 또는 식으로 나타내어 문제를 해결하지 못하였다.

학습 자료	1. 자료 유형: 학습 활동지, 알지오매스, 데스모스 등 2. 활동 내용 - <서·논술형 평가: 정비례 관계 또는 반비례 관계를 이용하여 실생활 문제 해결>을 주고 개인별 평가 - 정비례 또는 반비례 관계가 되는 실생활 상황 문제 파악하기 - 그 현상을 표, 식, 그래프 등으로 표현하기 - 문제 상황 해결하기
보충 자료	[붙임] 서·논술형 평가: 정비례 관계 또는 반비례 관계를 이용하여 실생활 문제 해결



## 서·논술형 평가

### 정비례 관계 또는 반비례 관계를 이용하여 실생활 문제 해결

1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )

다음 기사를 읽고, 물음에 답하십시오.

#### 카페인 섭취 줄이기 캠페인

카페인을 과다하게 섭취할 경우 수면장애, 두통, 빠른 심장박동 등 다양한 부작용을 초래할 수 있습니다. [그림1]은 국민의 하루 평균 카페인 섭취 권장량입니다. 청소년의 카페인 최대일일 섭취권장량은 몸무게 1kg당 2.5mg입니다.



[그림1] 국민 하루 평균 카페인 섭취 권장량

다양한 식품에 카페인이 함유되어 있습니다. [그림2]는 식품에 들어있는 평균 카페인의 함유량을 나타낸 것입니다.



[그림2] 식품에 들어있는 평균 카페인의 함유량

공부에 집중하거나 일에 몰두하기 위해 잠을 쫓으려고 마신 고카페인 음료가 오히려 피로 개선을 방해하기도 하며, 청소년의 경우에는 성장기이기 때문에 고카페인 섭취에 더욱 주의가 요구됩니다. 고카페인 함유 식품에는 주의 문구, '총 카페인 함유량'이 표기되어 있으므로 구매 전 꼭 확인하는 것이 좋을 것 같습니다. 하루 최대 섭취 권장량을 넘지 않는다면 큰 문제가 없겠지만, 중독성이 있으니 자주 복용하지 않는 것이 좋을 것 같습니다.

-000기자-

1. 몸무게가 40kg인 청소년의 하루 평균 카페인 섭취 권장량을 구하시오. (3점)

조건: 몸무게가  $x$ kg인 청소년의 하루 평균 카페인 섭취 권장량을  $y$ mg이라고 할 때,  $x$ 와  $y$ 사이의 관계를 식으로 나타내어 문제를 해결하시오.

2. 성인이 하루 평균 카페인 섭취 권장량에 따라 하루에 마실 수 있는 에너지음료의 최대 개수를 구하시오. (3점)

조건: 성인이 하루에 카페인  $x$ mg 함유되어 있는 식품을 먹을 수 있는 개수를  $y$ 개라고 할 때,  $x$ 와  $y$ 사이의 관계를 식으로 나타내어 문제를 해결하시오.

## 나 차시별 교수·학습 설계안

교수·학습 설계			
학습 주제	다양한 상황을 그래프로 나타내기	차시	4-5/10차시
		학습 장소	1-1 교실
핵심 아이디어	그래프를 이용하여 어떤 문제 상황을 효과적으로 해결하기		
교수·학습 방안	<input type="checkbox"/> 설명식 교수 <input type="checkbox"/> 토의·토론 학습 <input type="checkbox"/> 협력 학습 <input checked="" type="checkbox"/> 탐구 학습 <input type="checkbox"/> 프로젝트 학습 <input checked="" type="checkbox"/> 수학적 모델링 <input type="checkbox"/> 놀이 및 게임 학습 <input type="checkbox"/> 기타(                                      )		
단계	교수·학습 활동		
<도입>	<p>● 꺾은선 그래프 복습</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 초등학교 4학년 과정 [꺾은선 그래프] 내용 되짚어보기</li> <li>- 주어진 꺾은선 그래프를 보고 문제 해결하기</li> </ul> <p>(예) 시간에 따른 체온 변화 꺾은선 그래프</p> <p>※ 초등학교에서 학습한 그래프를 바탕으로 다양한 예시 제시 가능<sup>[10]</sup></p> <p>● 기온의 변화를 나타낸 꺾은선 그래프 살펴보기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 기후변화와 지구 평균 기온 상승에 대해 알기<sup>[11]</sup></li> <li>- ‘기상자료개방포털’의 자료로부터 그려진 꺾은선 그래프를 보고 문제 해결하기</li> </ul> <div style="text-align: center;"> </div> <p>※ 교사가 표를 보고 그려서 제시하거나, 학생들이 그려보도록 하기            학생들이 그려보도록 할 때에는 수치를 조정하여 쉽게 접근할 수 있도록 안내하기</p>		
<전개>	[개념 알기]	<p>● 변수와 그래프의 개념 알기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 꺾은선 그래프로부터 변화하는 값 찾아 변수 개념 이끌어내기</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 변화하는 두 변수 사이의 그림으로부터 그래프 개념 이끌어내기</li> <li>● <b>실세계 현상(문제상황) 제시</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 체육대회에서 두 학생이 미션 달리기를 하는 과정에 대한 중계를 읽고 상황 인식하기</li> <li>- 경기 상황을 자신만의 그림으로 표현해보기</li> <li>- 두 학생이 달리기 경기 중 서로를 추월하는 것이 몇 번인지 구하기 위해 어떻게 할 수 있을지 생각해보기</li> </ul> </li> <li>● <b>수학적 모델</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 중계에 표현된 게임 상황 시간 순으로 정리해보기, 부족한 정보가 있다면 상황에 맞도록 직접 정해보기</li> <li>- 경기 상황을 두 학생의 입장에서 정리해보기</li> <li>- 두 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프 그리기</li> <li>- 각 학생의 그래프를 그린 뒤, 두 그래프를 하나의 좌표평면에 그리기</li> </ul> </li> <li>[수학 적 모델 링 활용] ● <b>수학적 결과</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프를 보고, 각 구간이 의미하는 바를 글 또는 그림으로 표현해보기</li> <li>- 두 그래프가 동시에 그려진 것을 보고 두 그래프가 만나는 점을 표시해보기</li> <li>- 두 그래프가 만나는 점의 의미가 무엇인지 적어보기</li> </ul> </li> <li>● <b>결론 도출</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 학생이 달리기 경기 중 서로를 추월하는 것은 몇 번인지, 그래프를 이용하여 설명해보기</li> </ul> </li> <li>● <b>새로운 문제 상황에 적용</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 체육 대회 달리기 경기에 대한 새로운 문제 상황을 만들어보기</li> <li>※ <b>[학습자 참여 중심의 수업-평가 설계]</b> 구체적인 예시를 제시하여 학생들이 활동을 이해하고 적극적으로 참여할 수 있도록 제시하기</li> </ul> </li> <li>[수학적 모델링 수업-평가 설계] <ul style="list-style-type: none"> <li>- 달리기 경기라는 ‘실세계 현상’을 시간에 따른 거리 변화 ‘그래프’로 나타내고, 이를 분석하여 글로 작성함으로써 ‘수학적 결론’을 내린 뒤, 원래의 경기와 비교하여 실세계 현상으로 ‘적용’하는 수학적 모델링을 경험하게 한다.</li> </ul> </li> </ul>
<p>&lt;정리&gt;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 그래프의 정의와 유용한 점 알기<sup>[12]</sup></li> </ul>

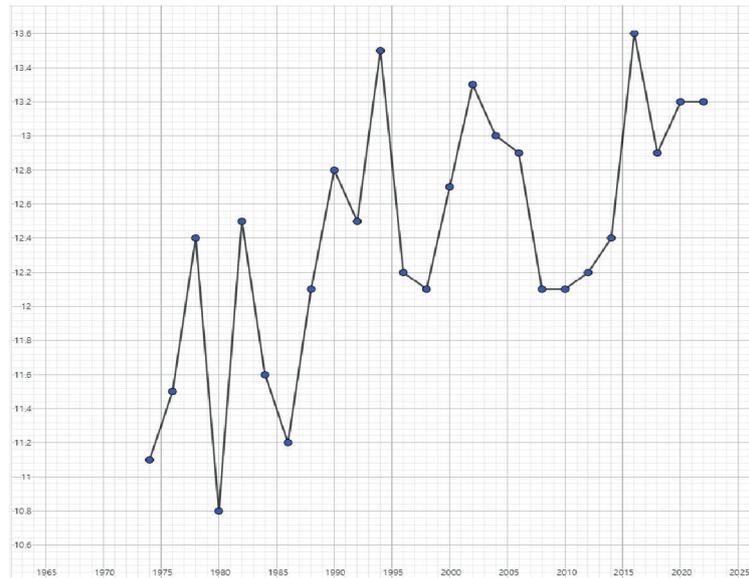
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- 달리기 경기를 이용해 그래프를 그리는 활동을 통해 그래프의 증가와 감소, 일정한 반복 등 여러 가지 상황에 대한 변화를 쉽게 파악할 수 있음을 알게 하기</li> <li>※ 그래프로 모델링 할 수 있는 다양한 상황을 제시하여 그래프의 유용성 알기</li> <li>● 그래프 개형 그리기</li> <li>- 주어진 상황을 읽고 시간에 따라 변화하는 음료의 양을 나타내는 그래프 그려보기</li> <li>● 그래프 해석하기</li> <li>- 주어진 상황과 그래프를 보고 그래프의 각 구간에 알맞은 그림을 찾아 연결하기</li> </ul>
	[형성 평가]	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 그래프 해석하기</li> <li>- 시간에 따른 실내 온도와 실외 온도의 변화를 나타낸 그래프 해석하기</li> <li>(1) 실내 온도가 실외 온도보다 높다가 같아지는 시각 찾기</li> <li>(2) 실내 온도가 일정한 구간을 찾고 그 이유 서술하기</li> <li>(3) 실외 온도 변화를 글로 서술해보기</li> <li>※ 그래프로부터 글로 상호 변환 가능함을 알게 하는 다양한 예시를 형성평가로 제시할 수 있음</li> </ul>
<평가>	[과제]	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 나의 인생 그래프 그리기</li> <li>- 지금까지의 인생에서 중요한 사건들을 떠올려보고, 그때의 나이와 행복지수를 적어보기</li> <li>- 6개 이상의 사건을 나열하여 행복지수를 표현하고, 나이와 행복지수를 순서쌍으로 하여 좌표로 나타내기</li> <li>- 좌표를 좌표평면 위에 점을 찍어 나타내고 그래프로 표현하기</li> <li>- 그래프를 보고 자신의 삶에서 일어났던 사건들을 구체적으로 서술하기</li> <li>- 행복지수는 구체적인 수치를 이용하여 명확하게 설명하기</li> <li>- 데스모스를 이용하여 그래프를 그리고 내용을 서술하여 바로 제출하거나, 패들렛이나 구글클래스룸에 업로드 하도록 안내하기<sup>[13]</sup></li> <li>※ 그래프를 그리고 해석하는 과제를 온라인으로 제시할 수 있음. 온·오프라인 연계 수업, 원격 수업 등에서 활용 가능함.</li> </ul>



### [생각 열기]

유엔(UN) 산하기구 '세계기상기구(WMO)'는 2027년 안에 지구 평균 기온이 1.5°C 이상 높아질 수 있다고 밝혔다. '1.5°C 기준점'은 기후 변화의 상징으로 19세기 후반보다 지구의 평균 기온이 1.5°C 높아진다는 것을 의미한다. 1.5°C 기준점보다 지구의 평균 기온이 높아지면 폭염 일수가 길어지고, 폭풍과 산불이 더욱 강해지는 등 지구 온난화로 인한 기후 재앙이 더욱 커질 수 있다.

우리나라의 평균 기온은 어떻게 변화하고 있을까? 다음은 '기상자료개방포털'에서 얻은 1974년부터 2022년까지 서울의 평균 기온 표를 보고 나타낸 꺾은선 그래프이다. 물음에 답해보자.



- (1) 평균 기온이 가장 높은 때는 언제이고, 그 때의 기온은 몇 °C인가?
- (2) 1974년에 비해 2022년은 평균 기온이 얼마나 상승했는가?
- (3) 앞으로 평균 기온은 어떻게 될까?
- (4) 우리나라의 평균 기온 상승을 막기 위해서 할 수 있는 일을 찾아보자.

## [개념 알기]

위의 꺾은선 그래프에서는 시간에 따라 평균 기온이 달라진다. 이때 연도를  $x$ (년), 평균 기온을  $y$ ( $^{\circ}\text{C}$ )라고 하면  $x$ 와  $y$ 는 여러 가지 값을 나타냄을 알 수 있다.  $x$ ,  $y$ 와 같이 여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자를 **변수**라고 한다.

또한, 위의 그림에서  $x$ 축은 연도,  $y$ 축은 평균 기온을 나타내므로 이 그림은 연도와 평균 기온의 관계를 나타냄을 알 수 있다. 이와 같이 두 변수 사이의 관계를 좌표평면 위에 나타낸 점이나 직선 또는 곡선 등을 **그래프**라고 한다.

## [실세계 현상(문제상황) 제시]

- 체육대회 종목 중 ‘미션달리기’는 달리기 중간에 주어지는 미션을 수행한 뒤, 결승점까지 달리는 경기이다. 다음에 제시된 우리 반의 ‘미션 달리기’ 중계를 보고, 물음에 답해 보자.

민성 학생과 서준 학생이 100m 출발선에 서있습니다. 두 학생 출발합니다!  
 민성 학생 빠르게 30m를 뛰어와 먼저 미션을 뽐는데요. 이어서 서준 학생도 미션을 뽐습니다. 민성 학생은 선생님과 함께 뛰기를 뽐았는데 선생님이 보이지 않습니다. 이런, 출발선에 서계시는군요. 다시 되돌아가는 민성 학생입니다. 서준 학생의 미션은 제 자리에서 코끼리 코 5바퀴 돌기! 빠르게 코끼리 코를 마무리하고 뛰기 시작하는 서준 학생입니다.  
 민성 학생 드디어 선생님 손을 잡고 뛰기 시작하는데요. 오 빠릅니다. 빠르게 뛰는 민성 학생! 결국 서준 학생보다 먼저 결승점을 통과하는 민성 학생입니다!

1. 위의 경기 상황을 자신만의 그림으로 표현해보자.

2. 두 학생의 달리기 경기 중 서로를 추월하는 것은 몇 번인지 구하기 위해 어떻게 할 수 있을지 생각해보자.

**[수학적 모델]**

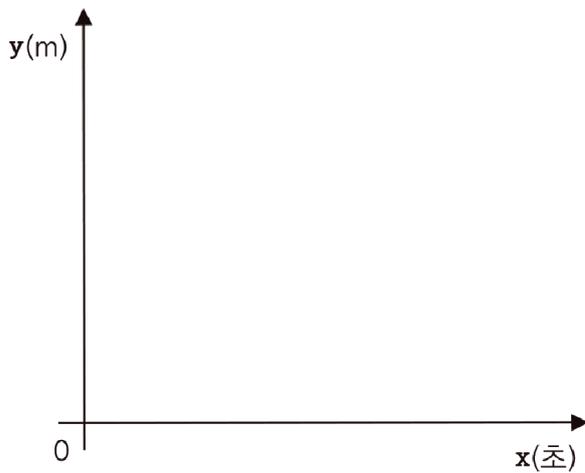
3. 두 학생의 달리기 경기 상황을 정리해보자.

(1) 중계에 표현된 게임 상황을 시간 순으로 정리해보려고 한다. 중계를 보고 알 수 없는 정보가 있다면 적어보고, 상황에 맞도록 정해보자.

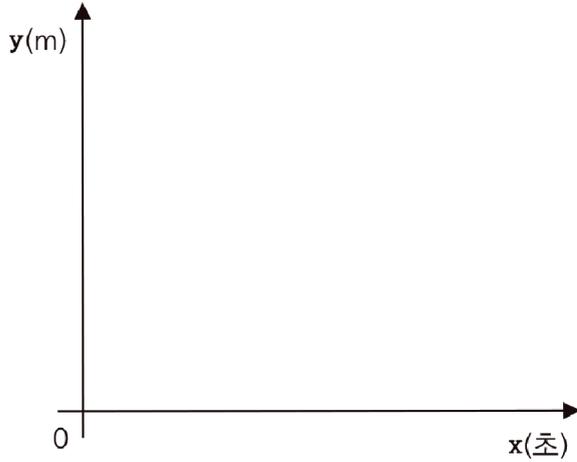
(2) 경기 상황을 두 학생 각자의 입장에서 정리해서 시간 순으로 적어보자.

4. 두 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프를 그려보자.

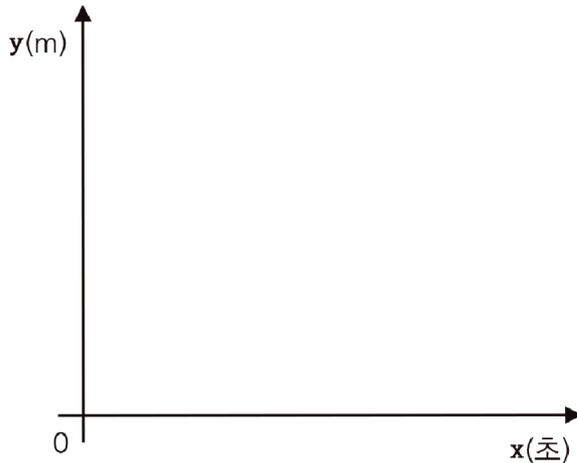
(1) 민성 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프를 그려보자.



(2) 서준 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프를 그려보자.



(3) 두 그래프를 하나의 좌표평면에 동시에 그려보자.



#### [수학적 결과]

5. 4번에서 그린 두 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프를 보고, 글 또는 그림을 활용하여 구간별로 그래프를 해석해보자.

(1) 민성 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프를 보고, 글 또는 그림을 활용하여 구간별로 그래프를 해석해보자.

- (2) 서준 학생의 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타내는 그래프를 보고, 글 또는 그림을 활용하여 구간별로 그래프를 해석해보자.

- (3) 두 그래프가 동시에 그려진 것을 보고 두 그래프가 만나는 점을 표시해보자. 두 그래프가 만나는 점의 의미가 무엇인지 적어보자.

**[결론 도출]**

6. 두 학생이 달리기 경기 중 서로를 추월하는 것은 몇 번인지 구해보자. 위에서 그려진 그래프를 이용하여 설명해보자.

**[새로운 문제 상황에 적용]**

7. 체육대회 이어달리기 경기에 대한 새로운 문제를 만들어보자.

- (1) 두 학생의 이어달리기 경기를 상상해보고, 이에 대한 중계를 작성해보자.

(2) 종계를 읽고 새로운 문제를 만들어 보자.

(3) 그래프를 이용하여 새로운 문제를 해결해 보자.

#### [선생님과 함께 정리하기]

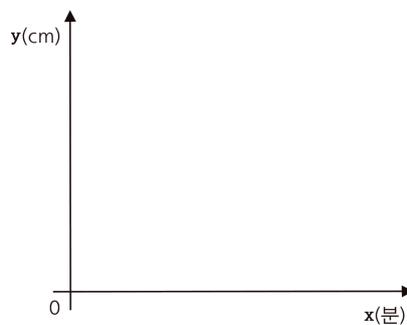
달리기의 상황을 그래프로 표현하면, 경기 상황의 변화를 쉽게 이해할 수 있다. 이와 같이 여러 가지 변화와 상황에 대한 그래프가 주어질 때, 그 그래프를 통해 증가와 감소, 일정하게 반복되는 변화 등 여러 가지 상황에 대한 변화를 쉽게 파악할 수 있다.

[정리1] 다음을 읽고 상황에 적합한 그래프를 그려 보자.

<상황>



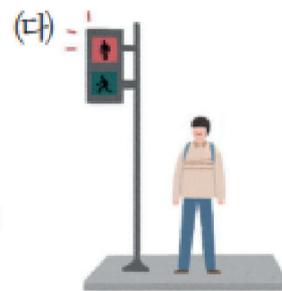
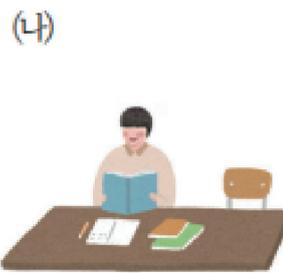
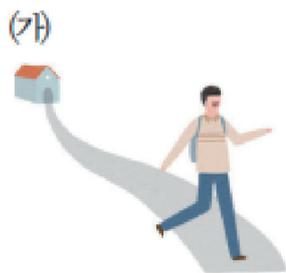
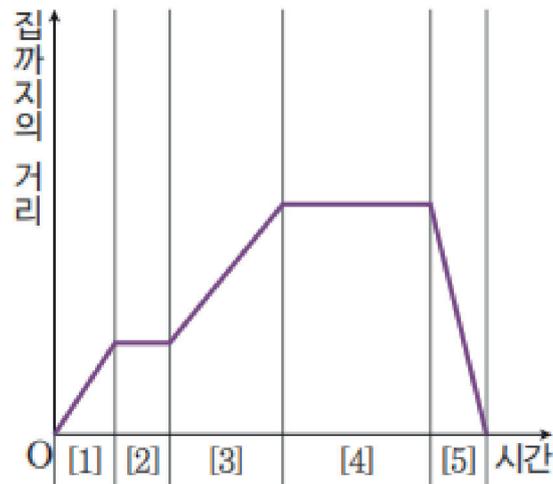
지훈이는 물 한 컵을 절반을 마신 뒤, 한참 지나서 나머지 절반을 다 마셨다. 지훈이가 물 한 컵을 마시는 데 걸린 시간과 남은 물의 양 사이의 관계를 그래프로 나타내어 보자.



[정리2] 다음 상황을 읽고 그래프의 각 구간에 알맞은 그림을 찾아보자.

<상황>

지수가 집에서 출발하여 마을 도서관에 가서 책을 보다가 다시 집으로 돌아오는 과정을 시간에 따른 그래프로 나타낸 것이다. 그래프를 보고 각 구간에 알맞은 지수의 행동을 찾아보자.

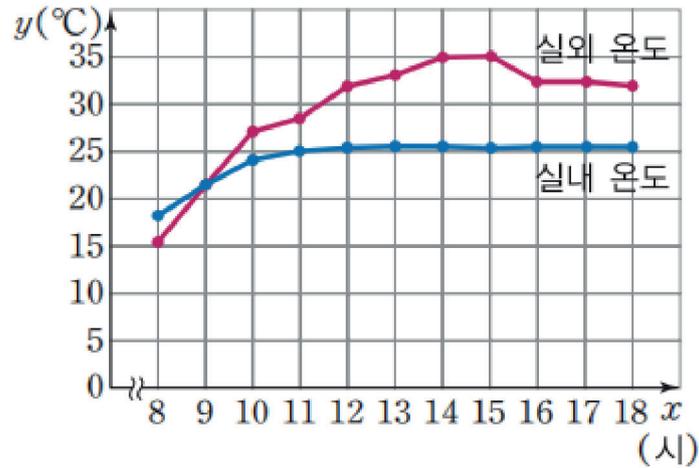


[1] -                      [2] -                      [3] -                      [4] -                      [5] -

(출처) 중학교 수학1. 미래엔. 122쪽)

## [형성평가] 그래프 해석하기

다음은 어느 여름날 8시부터 18시까지 1시간 간격으로 실내 온도와 실외 온도를 측정하여 나타낸 그래프이다. 그래프를 보고 물음에 답해보자.



(출처) 중학교 수학1. 지학사. 127쪽

- (1) 실내 온도가 실외 온도보다 높다가 같아지는 시각을 구하시오.

- (2) 실내 온도를 나타낸 그래프를 보고 오전 11시 이후로 모양이 일정한 까닭을 설명하시오.

- (3) 실외 온도의 변화를 나타낸 그래프를 보고 실외 온도의 변화를 설명하시오.

[평가자료B] '나의 인생그래프 그리기' 과제로 제시하여 상황에 맞는 그래프를 그리고 해석할 수 있는지 확인하기

## 수업 설계 예시A에서 2022 개정 중학교 수학과 교육과정 내용의 적용 목록

- [1] <성취기준 적용 시 고려사항> 다양한 상황을 일상 언어, 표, 그래프, 식으로 나타내고 이들 사이의 상호 변환 활동을 하게 한다.
- [2] <성취기준 해설> [9수02-05] 실생활에서 좌표가 사용되는 예를 찾아보고 이를 수직선과 좌표평면 위에 표현해보며, 그 유용성과 편리함을 인식하게 한다.
- [3] <성취기준> [9수02-05] 순서쌍과 좌표를 이해하고, 그 편리함을 인식할 수 있다.
- [4] <성취기준 적용 시 고려사항> 환경 및 기후변화 등과 관련된 다양한 문제 상황을 통해 생태 전환에 관심을 갖게 한다.
- [5] <성취기준> [9수02-06] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.
- [6] <성취기준 해설> [9수02-06] 다양한 상황을 그래프로 나타내어 증가와 감소, 주기적 변화 등 변화 상태를 쉽게 파악할 수 있게 한다. 주어진 그래프를 해석하여 그래프가 나타내는 상황을 설명하게 함으로써 그래프의 유용성을 인식하게 한다.
- [7] <성취기준 해설> [9수02-07] 속력과 거리, 속력과 시간과 같은 실생활의 예를 통해 정비례와 반비례 관계를 직관적으로 이해하게 하고, 정비례와 반비례 관계가 성립하는 실생활의 예를 찾아 설명하게 한다.
- [8] <성취기준> [9수02-07] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.  
 <성취기준 적용 시 고려사항> 다양한 상황을 일상 언어, 표, 그래프, 식으로 나타내고 이들 사이의 상호 변환 활동을 하게 한다.
- [9] <성취기준 적용 시 고려사항> 공학 도구를 이용하여 함수의 그래프를 그리거나 함수의 그래프의 성질을 탐구하게 한다.
- [10] <교육 과정 내용 체계 측면> 초등학교와 중학교 수학과 교육과정과의 연계성 강화
- [11] <성취기준 적용 시 고려사항> 실생활이나 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 해결할 때 수학적 모델링을 적용하고 도전적으로 문제를 해결할 수 있다. 이 때, 환경 및 기후 변화 등과 관련된 다양한 문제 상황을 통해 생태 전환에 관심을 갖게 한다.
- [12] <성취 기준 해설> 다양한 상황을 그래프로 나타내어 증가와 감소, 주기적 변화 등 변화 상태를 쉽게 파악할 수 있게 한다. 주어진 그래프를 해석하여 그래프가 나타내는 상황을 설명하게 함으로써 그래프의 유용성을 인식하게 한다.
- [13] <성취기준 적용 시 고려사항> 공학 도구를 이용하여 함수의 그래프를 그리거나 함수의 그래프의 성질을 탐구하게 한다.

## II. 수업 설계 예시\*B

### 교육과정-수업-평가 연계 증명 탐구학습 및 포트폴리오 수행과제 개발

---

\* 위 수업 설계 예시는 활용가이드 총론 제2부에 제시된 “**교육과정-수업-평가의 일관성 강화에 초점을 둔 수업 설계**”를 중학교 수학과 수업에 적용할 수 있도록 수정 보완하여 작성한 수업 설계 예시 자료임



### 1

## 수업 설계에 대한 개관

우리나라 수학교육에서 중학교 과정은 경험적, 비형식적인 증명에서 형식적인 증명으로 넘어가는 과도기라 할 수 있다. 초등학교에서는 주로 실험, 측정 등의 활동으로 수학적 추측, 결과를 확인하는 반면 중학교 1학년부터 문자가 도입되고 대수적 증명이 가능해진다. 이를 바탕으로 중학교 2학년 ‘삼각형과 사각형의 성질’ 단원에서 논증기하를 통한 형식적인 증명을 만나게 된다. 이 단원에서 연역적이고 형식적인 증명만을 강조하기 전에 다양한 경험적인 활동과 탐구를 통해 도형의 성질을 추론하고, 학생 개인의 수준에 맞는 정당화 방법을 통하여 수학적 개념과 원리를 재발명 할 기회를 제공하기 위해 탐구 학습을 중점으로 택하였고, 또한 학생 스스로 포트폴리오를 작성하도록 하여 자신의 사고 과정을 반성할 수 있는 기회를 제공하였으며 교사의 피드백을 통해 학생들의 증명 수준의 발전을 돕도록 설계하였다. 이를 기록하여 2015 개정 교육과정에서부터 꾸준히 강조되어 왔던 교육과정, 수업, 평가, 기록의 일관성이 2022 개정 교육과정에서는 기존의 경험을 바탕으로 교육현장에서 좀 더 정교화되고 실천지향적으로 발전되길 기대하고 있다.

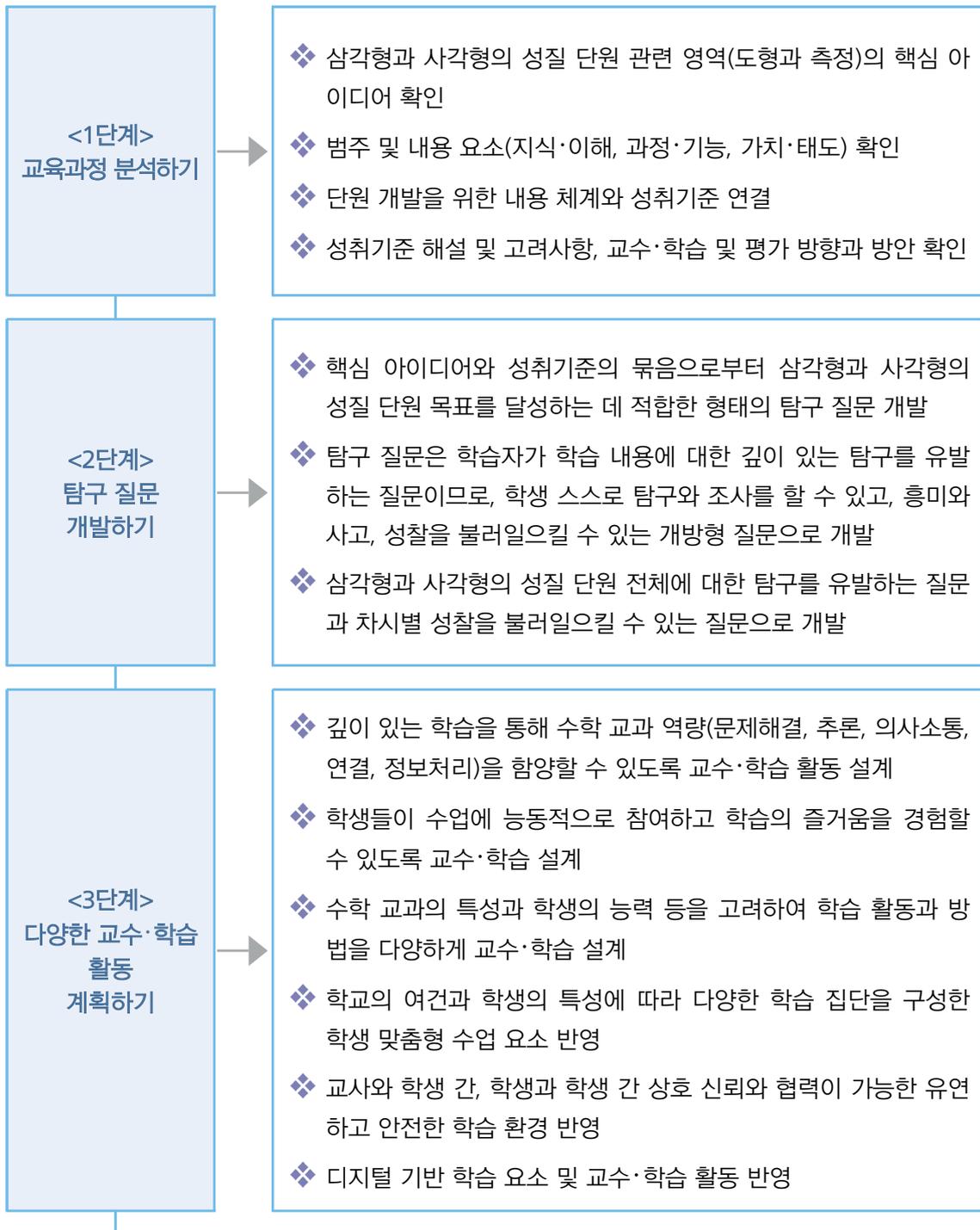
이러한 관점에서 수업 설계 예시는 “어떻게 하면 교육과정 분석에서부터 수업, 평가에 이르는 전(全) 과정이 유기적으로 연계되어, 그 결과가 학습자의 진정한 배움으로 이어지게 할까?”라는 고민에서 출발하여 제시된 수업 설계이다.

수업 설계 예시는 교육과정-수업-평가 일관성을 위해 교육과정, 수업, 평가를 하나의 연속된 교육 활동으로 보고, 이를 유기적으로 통합해 운영하는 방법에 대한 예시를 단위 수준의 설계를 바탕으로 제시하였다.

수업 설계 예시는 ‘교육과정 분석하기 → 탐구 질문 개발하기 → 다양한 교수·학습 활동 계획하기 → 평가 계획하기’의 4단계로 구성되어 있다. 각 단계에는 학생의 성장을 목표로 하여 성취기준을 중심으로 한 교과 교육과정 재구성 사례, 학생 참여 중심 수업 실천 사례, 수업 활동 과정을 관찰 및 평가하고 기록한 사례들이 담겨져 있다.

## 2

### 개발 단계



<4단계>  
평가 계획하기

- ❖ 삼각형과 사각형의 성질 학습에서 목표 달성 여부 및 학생의 성장과 발달을 지원할 수 있도록 차시별 과정중심평가 계획 수립
- ❖ 삼각형과 사각형의 성질 단원을 학습하며 그 과정에서 학생들의 노력, 성장 과정, 성취도를 확인할 수 있으며 학생에게 학습에 대한 정리와 반성 및 교사나 학부모 최종 목표 달성 여부를 확인할 수 있는 포트폴리오 평가과제 및 루브릭 개발
- ❖ 평가과제는 깊이 있는 학습, 삶과 연계한 학습, 학습자 성찰을 반영할 수 있는 자기평가를 포함하며, 탐구 질문에 기반하여 결과물 형태로 개발
- ❖ 루브릭(채점기준)은 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도를 총체적으로 담고 있는 수행과제의 질을 평가할 수 있도록 개발
- ❖ 과정중심평가 과정에서 발생할 수 있는 학생들의 오개념 및 오류를 예상하여 학생 피드백 방안 제시
- ❖ 평가결과 기록은 학생의 성장과 발달을 지원하는 방향으로 수업의 활동을 구체적으로 반영하여 학생 스스로 자기 교정적 활동을 할 수 있도록 제시
- ❖ 교구/공학 도구를 활용한 온라인 평가 계획 수립

### 3

## 교육과정-수업-평가 연계 증명 탐구학습 및 포트폴리오 수행과제 개발

### 가 단원 개요

단원명	삼각형과 사각형의 성질	학년(군)	2학년
❖ 단원 설계의 방향			

이 단원에서는 구체적인 모형이나 공학 도구를 통해 삼각형과 사각형의 변의 길이, 각의 크기, 넓이 등 도형의 성질을 탐구하여 이등변삼각형, 삼각형의 외심과 내심, 사각형이 갖는 고유한 성질을 설명하고 정당화하는 것을 학습의 목표로 한다. 도형의 성질과 관계를 탐구하고 정당화하는 것은 논리적이고 비판적으로 사고하는 데 기반이 된다. 도형의 성질을 이용하여 건축물, 문화유산, 예술 작품에 대한 흥미와 관심을 갖도록 하며, 증명의 필요성을 인식하게 하고 다양한 정당화 방법을 이용하여 체계적으로 사고하고 타인을 합리적으로 설득하려는 태도, 정당화를 통해 수학적 근거를 바탕으로 비판적으로 사고하는 태도를 학습하도록 하는 것이 필요하다.

2015 개정 교육과정에서는 도형과 관련된 수학과 영역이 초등학교에서는 ‘도형’, ‘측정’, 중학교에서는 ‘기하’로 불일치되어 있었는데 2022 개정 교육과정에서는 ‘도형과 측정’ 영역으로 동일하게 설정하여 내용 체계를 구성함으로써 초·중학교를 관통하는 핵심적인 대상과 개념을 학습하도록 하였고, 초등학교 수학에서 이루어지는 다각형과 원 등의 기본적인 도형들의 관계에 대한 관찰과 탐구를 기초로 하여 ‘여러 가지 삼각형, 여러 가지 사각형’을 배우고 그 과정에서 도형의 개념, 구성요소, 성질에 대한 탐구 경험을 바탕으로 ‘이등변삼각형, 삼각형의 외심과 내심의 성질, 사각형의 성질’을 이해하고 정당화할 수 있도록 하며, 여러 가지 사각형들 사이에 어떤 관계가 있는지 생각해보도록 한다.

주로 구체적이고 산술적 추론을 하는 초등학교 수학으로부터 중학교 수학에서는 복합적이고 추상적인 추론으로의 도약이 일어나는데, 특히 증명은 ‘도형과 측정’ 영역뿐만 아니라 학교수학 교육과정 전체에서 매우 중요한 역할을 담당한다. 증명은 학생들이 겪는 규칙적이고 지속적인 수학적 경험의 한 부분으로 간주되며 이러한 경험은 학생들이 겪은 초등학교에서의 증명과 관련된 경험을 토대로 확장되어 중등학교에서의 증명과 관련한 경험은 학생들의 증명에 대한 이해를 더욱 분명하게 하며 이를 통해 학생들이 인정하는 설명의 기준을 더욱 엄격하게 하고 자신들의 추론 및 증명의 방법들을 더욱 정교하게 할 수 있게 한다.

2022 개정 교육과정에서는 삼각형의 성질을 추측하고 정당화하는 과정에서 2015 개정 교육과정에서 삭제되었던 ‘증명’이라는 용어가 다시 도입되어 학교수학에서 증명의 중요성이 강조되었다. 이는 NCTM(2000)의 추론과 증명 기준을 살펴보면 학교수학에서 추론과 증명의 중요성을 강조하고 있으며 추론과 증명 기준에 추측과 탐구과정을 포함시켜 수학적 추론과 증명이 수학의

발견과정과 밀접한 관련이 있음을 암시하고 있다. 또한 다양한 종류의 추론과 증명방법을 인정하고 있으며 수학적 논증과 증명의 발전을 언급하고 있다. 따라서 이 단원에서는 중단원 전체를 아우르는 증명 학습에 대하여 도형의 성질을 이해하고 학생 수준에 맞는 다양한 정당화 방법과 그 발전 과정을 반성, 기록, 평가할 수 있는 교구/공학 도구 활용 평가, 자기 평가 및 포트폴리오 평가를 설계하고자 한다.

또한 학생의 과제 수행 과정에서 피드백을 제공하여 오개념에 대한 원인 파악 및 증명 수준의 발전을 위한 적절한 발문을 통해 보정의 효과를 극대화하며 학생이 스스로 학습전략을 세우는데 도움을 줄 수 있어 자기주도적 학습능력을 향상시킬 수 있다. 평가 종료 후에는 학생의 학습과 성장을 돕는 방향으로 평가 결과를 기록하여 학생에게 제공하여 교육과정-수업-평가-기록의 일체화를 목표로 한다. 한편, 증명의 역할은 관점에 따라 다양하다. 절대주의 수학철학에서는 새로운 수학적 진리의 확실성을 보증하는 수단으로서의 역할을 강조 하지만 Lakatos(1976)의 준경험주의 수학철학에서는 발견과 개선을 위한 수단이자, 원래의 추측을 부분 추측으로 분해하여 비판과 개선을 하기 위한 사고실험으로 본다. 이러한 준경험주의 수학철학을 기본 가정으로 받아들이는 사회적 구성주의 관점에서의 증명은 확신의 수단이자 이해의 수단이며 증명의 목적은 학생들의 이해를 증진시키는 것이다. 즉, 증명은 수학적 진리가 참임을 보장하는 역할뿐만 아니라 수학적 진리를 발견하는 맥락에서의 정당화의 역할, 수학사회에서 공적인 지식으로 받아들이는 과정에서 수학적 지식을 보다 깊이 있게 이해하고 수학적 지식에 대한 의사소통 수단으로서의 역할을 하므로 교육과정-수업-평가 연계 증명 탐구학습 및 포트폴리오 과제를 통해 학생들이 증명을 이해할 수 있도록 지원하고 나아가 수학적 추론이 사고의 습관이 되도록 하는 것이 중요하다. 그러한 사고 습관을 개발하기 위해서는 학생들이 여러 다양한 상황에서 추론하는 과정을 경험하고, 학생들이 구체적인 사례로부터 귀납적으로 추론하는 경험을 통해 수학적 구조와 관계를 탐구할 수 있도록 해야 한다. 이러한 과정에서 수학적 사실에 대해 흥미와 관심을 갖고 추측과 정당화를 통해 추론하는 추론 역량을 함양할 수 있으며, 수학적 사고와 전략에 대해 의사소통하고 수학적 표현의 편리함을 인식하는 의사소통 역량을 기를 수 있다.

### ❖ 단원의 목표 설정

성취기준	[9수03-09] 이등변삼각형의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다. [9수03-10] 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다. [9수03-11] 사각형의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.	
영역	도형과 측정	
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 평면도형과 입체도형은 여러 가지 모양을 범주화한 것이며, 각각의 평면도형과 입체도형은 고유한 성질을 갖는다.</li> <li>● 도형의 성질과 관계를 탐구하고 정당화하는 것은 논리적이고 비판적으로 사고하는 데 기반이 된다.</li> </ul>	
범주 및 내용 요소	<b>지식·이해</b>	● 삼각형과 사각형의 성질
	<b>과정·기능</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 구체적인 모형이나 공학 도구 이용하기</li> <li>● 도형의 성질을 정당화하기</li> </ul>
	<b>가치·태도</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 증명의 필요성 인식</li> <li>● 도형의 성질을 이용한 건축물, 문화유산, 예술 작품에 대한 흥미와 관심</li> <li>● 다양한 정당화 방법을 이용하여 체계적으로 사고하고 타인을 합리적으로 설득하려는 태도</li> </ul>
탐구 질문	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 삼각형과 사각형이 갖는 성질을 찾고, 그것이 옳은지 어떻게 설명할 수 있을까?</li> <li>2. 주어진 도형이 특정 삼각형이나 사각형임을 어떻게 알 수 있을까?</li> </ol>	

### ❖ 단원 지도 계획\*

차시	학습 주제	수업 활동	평가활동
1~2 [포트폴리오 평가 A], [자기 평가 B]	이등변삼각형의 성질과 이등변삼각형이 될 조건을 탐구하고 정당화하기	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 건축물, 문화유산, 예술 작품 속 이등변삼각형 찾기<sup>[7]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 검색을 통해 생활 속 이등변삼각형 찾아 공유하기(패드렛 등 활용)</li> </ul> </li> <li>● 탐구 질문 제시하기           <ul style="list-style-type: none"> <li>- 어떤 도형의 성질이 항상 옳다는 것을 어떻게 설명할 수 있을까?</li> <li>- 내가 찾은 이등변삼각형의 성질 및 조건이 옳다는 것에 대한 근거를 어떻게 제시할 수 있을까?</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 포트폴리오 평가<sup>[13]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이등변삼각형의 성질과 조건 탐구하고 정당화하기, 증명이 필요한 이유 설명하기</li> </ul> </li> </ul>

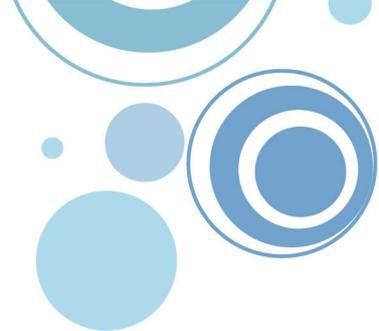
	<p>&lt;전개&gt;</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 이등변삼각형의 꼭지각, 밑각, 밑변의 뜻 이해하기</li> <li>2. 이등변삼각형의 성질 탐구하고 정당화하기<sup>[5] [9]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 탐구           <ul style="list-style-type: none"> <li>- 학생 개인이 각도기와 자를 이용하여 자신이 그린 이등변삼각형의 성질 찾기<sup>[3]</sup></li> </ul> </li> <li>● 정당화1           <ul style="list-style-type: none"> <li>- 종이접기 후 관찰을 통해 자신이 만든 이등변삼각형의 성질 확인하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화2           <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 제시하며 이등변삼각형의 성질을 설명하기</li> </ul> </li> <li>● 증명이 필요한 이유 생각해보기<sup>[1] [6]</sup></li> <li>● 정당화3           <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이등변삼각형이 갖는 성질을 수학적 근거를 들어 증명하기</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>3. 이등변삼각형이 될 조건 탐구하고 정당화하기       <ul style="list-style-type: none"> <li>● 종이접기, 작도 등을 통해 이등변삼각형이 되기 위한 조건 탐구하고 정당화하기<sup>[3]</sup></li> </ul> </li> <li>4. (심화) 이등변삼각형이 갖는 다양한 성질 탐구하고 정당화하기       <ul style="list-style-type: none"> <li>- 맞꼭지각에서 밑변에 수선을 내린 이등변삼각형을 보고, 문제에 주어진 사실과 추측할 수 있는 사실 적기</li> <li>- 모둠원들에게 자신이 추측한 이등변삼각형의 성질 설명하며 수정·보완하기(잼보드 활용)</li> <li>- 모둠 내에서 추측한 이등변삼각형이 갖는 성질을 학급 친구들에게 설명하며 수정·보완하기(잼보드 활용)</li> </ul> </li> <li>5. 이등변삼각형을 이용한 수평계 만들고 주변 사물의 수평 여부 확인 후 설명하기<sup>[7]</sup></li> </ol> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 학습 내용 정리하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 지필평가<sup>[12]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이등변삼각형의 성질과 조건 이해하고 정당화하기</li> </ul> </li> <li>● 자기 평가<sup>[14]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이등변삼각형의 성질과 조건 이해하기, 증명이 필요한 이유 설명하기, 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하고 성장목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>
--	---	---

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- 이등변삼각형의 성질과 이등변삼각형이 될 조건</li> <li>● 배움 과정 성찰하기</li> <li>- 형성평가 실시</li> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul>	
3	직각삼각형의 합동조건 이해하고 정당화하기	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 전시학습 상기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 삼각형의 합동조건</li> <li>- 빗변의 뜻 이해하기</li> </ul> </li> <li>● 탐구 질문 제시하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 직각삼각형이 합동이 되기 위한 최소 조건은 무엇인가?</li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <p><b>1. 두 직각삼각형의 합동조건 정당화하기</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>정당화1</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 종이접기 후 관찰 및 측정을 통해 두 직각삼각형이 합동이 됨을 확인하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 제시하며 직각삼각형의 합동조건 설명하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 직각삼각형의 합동조건 증명하기</li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 학습 내용 정리하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직각삼각형의 합동조건</li> </ul> </li> <li>● 배움 과정 성찰하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 형성평가 실시</li> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 지필평가<sup>[12]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 합동인 두 직각삼각형 찾기</li> </ul> </li> <li>● 자기 평가<sup>[14]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직각삼각형의 합동조건 이해하기, 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하고 성장목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>
4~5 [포트폴리오 평가 A]	삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 전시학습 상기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 직각삼각형의 합동조건</li> </ul> </li> <li>● 세 곳에서 거리가 같은 지점에 배변 봉투 수거함을 설치할 때, 그 방법 예상하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 포트폴리오 평가<sup>[13]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기</li> </ul> </li> </ul>

[역량 평가 C]	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 탐구 질문 제시하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 세 점에서 같은 거리에 있는 점(삼각형의 외심)을 어떻게 찾고, 그 근거는 어떻게 제시할 수 있을까?</li> </ul> </li> <li>&lt;전개&gt;</li> <li>1. 삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기</li> <li>● 탐구 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 학생 개인이 자신이 그린 삼각형의 외심의 성질을 자로 측정하여 찾기</li> </ul> </li> <li>● 정당화1 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 종이접기 후 관찰을 통해 자신이 만든 특정 삼각형의 외심의 성질 확인하기</li> </ul> </li> <li>● 외심, 외접, 외접원의 뜻 이해하기</li> <li>● 정당화2 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 갖는 삼각형의 외심의 성질을 근거를 들어 설명하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화3 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심의 성질을 수학적 근거를 들어 증명하기</li> </ul> </li> <li>2. (심화) 삼각형의 외심이 갖는 다양한 성질 탐구하고 정당화하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 두 변의 수직이등분선의 교점에서 다른 한 변에 수선을 내린 도형을 보고, 문제에 주어진 사실과 추측할 수 있는 사실 적기</li> <li>- 모둠원들에게 자신이 추측한 삼각형의 외심의 성질 설명하며 수정·보완하기(잼보드 활용)</li> <li>- 모둠 내에서 추측한 삼각형의 외심의 성질을 학급 친구들에게 설명하며 수정·보완하기(잼보드 활용)</li> </ul> </li> <li>3. 배변 봉투 수거함 설치 등 삼각형의 외심의 성질을 활용하여 일상생활 문제 해결하고 설명하기</li> <li>&lt;정리&gt;</li> <li>● 학습 내용 정리하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심의 뜻과 성질</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 역량 평가(문제해결)<sup>[11]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심을 활용하여 일상생활의 문제 해결하고 설명하기</li> </ul> </li> <li>● 자기 평가<sup>[14]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심의 성질 이해하기, 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하고 성장목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>
--------------	---	---

		<ul style="list-style-type: none"> <li>● 배움 과정 성찰하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 형성평가 실시</li> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>	
6~7 [포트폴리오 평가 A]	삼각형의 내심의 성질 탐구하고 정당화하기	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 전시학습 상기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 직각삼각형의 합동조건</li> </ul> </li> <li>● 세 도로에서 거리가 같은 곳에 소방서를 설치할 때, 그 방법 예상하기</li> <li>● 탐구 질문 제시하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 세 변에서 같은 거리에 있는 점(삼각형의 내심)을 어떻게 찾고, 그 근거는 어떻게 제시할 수 있을까?</li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <p><b>1. 삼각형의 내심의 성질 탐구하고 정당화하기</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 탐구 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 학생 개인이 자신이 그린 삼각형의 내심의 성질을 자로 측정하여 찾기</li> </ul> </li> <li>● 정당화1 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 공학 도구를 활용하여 자신이 만든 특정 삼각형의 내심의 성질 확인하기<sup>[3]</sup></li> </ul> </li> <li>● 접한다, 접선, 접점, 내심, 내접, 내접원의 뜻 이해하기</li> <li>● 정당화2 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 근거로 하여 삼각형의 내심의 성질 설명하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화3 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 내심의 성질을 수학적 근거를 들어 증명하기</li> </ul> </li> </ul> <p><b>2. (심화) 삼각형의 내심이 갖는 다양한 성질 탐구하고 정당화하기</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 각의 이등분선의 교점에서 다른 한 꼭짓점을 연결한 도형을 보고, 문제에 주어진 사실과 추측할 수 있는 사실 적기</li> <li>- 모둠원들에게 자신이 추측한 삼각형의 내심</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 포트폴리오 평가<sup>[13]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 내심의 성질 탐구하고 정당화하기</li> </ul> </li> <li>● 교구/공학 도구 활용 평가<sup>[15] [16]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 공학 도구를 이용하여 삼각형의 내심의 성질 탐구하기</li> </ul> </li> <li>● 지필평가<sup>[12]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 내심의 성질 이해하고 정당화하기</li> <li>- 삼각형의 내심을 활용하여 일상생활의 문제 해결하고 설명하기</li> </ul> </li> <li>● 자기 평가<sup>[14]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 내심의 성질 이해하기, 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하고 성장목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>

		<p>의 성질 설명하며 수정·보완하기(잼보드 활용)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 모둠 내에서 추측한 삼각형의 내심의 성질을 학급 친구들에게 설명하며 수정·보완하기 (잼보드 활용)</li> </ul> <p><b>3. 소방서 설치 위치 등 삼각형의 내심의 성질을 활용하여 일상생활 문제 해결하고 설명하기</b></p> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 학습 내용 정리하기             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 내심의 뜻과 성질</li> </ul> </li> <li>● 배움 과정 성찰하기             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 형성평가 실시</li> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>	
<p>8~9 [포트폴리오 평가 A]</p>	<p>평행사변형의 성질 탐구하고 정당화하기</p>	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 여러 가지 사각형의 뜻 상기             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 다양한 건축물, 문화유산, 예술 작품 속에서 다양한 모양의 사각형을 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형으로 분류하며 사각형의 뜻 상기하기<sup>[7]</sup></li> </ul> </li> <li>● 탐구 질문 제시하기             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 대각선만 살펴보면 어떤 사각형인지 판단할 수 있을까?<sup>[2]</sup></li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 기호 □ABCD, 대변, 대각의 뜻을 확인하기</li> <li>2. 평행사변형의 대변과 대각의 성질 탐구하고 정당화하기</li> </ol> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 탐구             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형의 넓이 구하는 방법, 내각 각도를 관찰하며 알 수 있는 평행사변형의 대변과 대각의 성질 추측하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화1             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 색종이를 이용하여 평행사변형을 만들어 자신이 추측한 평행사변형의 대변과 대각의 성질 확인하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 포트폴리오 평가<sup>[13]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형의 성질을 탐구하고 정당화하기</li> </ul> </li> <li>● 지필평가<sup>[12]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형의 성질 정당화하기</li> <li>- 평행사변형의 성질을 이용하여 문제 해결하기</li> </ul> </li> </ul>



		<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>정당화2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 갖는 평행사변형을 사례로 제시하여 평행사변형의 대변과 대각의 성질 설명하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형의 대변과 대각의 성질을 수학적 근거(삼각형의 합동조건 등)를 들어 증명하기(잼보드 및 개인 활동지 활용)</li> </ul> </li> <li><b>3. 평행사변형의 대각선의 성질 탐구하고 정당화하기</b></li> <li>● <b>탐구</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 자동차 리프트에 사용된 평행사변형의 대각선의 성질 추측하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화1</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 색종이를 이용하여 평행사변형을 만든 후, 컴퍼스를 이용하여 두 대각선의 성질을 확인하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 갖는 평행사변형을 사례로 제시하여 평행사변형의 대각선의 성질 설명하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형의 대각선의 성질을 수학적 근거(삼각형의 합동조건 등)를 이용하여 증명하기(잼보드 및 개인 활동지 활용)</li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>학습 내용 정리하기</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형의 성질</li> </ul> </li> <li>● <b>배움 과정 성찰하기</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 형성평가 실시</li> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>	
10~11 [포트폴리오 평가 A]	평행사변형이 되는 조건 탐구하고 정당화하기	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>전시학습 상기</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이등변삼각형의 뜻과 성질, 삼각형이 이등변 삼각형이 될 조건의 연관성</li> <li>- 평행사변형의 뜻과 성질</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>교구/공학 도구 활용 평가</b><sup>[15] [16]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 공학 도구를 이용하여 사각형이 평행사변형이 되는</li> </ul> </li> </ul>

<p>[교구/공학 도구 활용 평가 D]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>탐구 질문 제시하기</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주어진 사각형이 평행사변형이라는 근거를 어떻게 제시할 수 있을까?</li> </ul> </li> <li>&lt;전개&gt;</li> <li><b>1. 사각형이 평행사변형이 될 조건 탐구 및 정당화하기</b></li> <li>● <b>탐구1</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형의 뜻과 성질로부터 사각형이 평행사변형이 될 조건 추측하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화1</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- [평행사변형이 될 조건1] 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형이 평행사변형임을 확인하기 위해 구체물(빨대와 클립 또는 종이띠)을 이용하여 사각형을 만들고, 각도기를 이용하여 (대변이 각각 평행, 평행선에서 동위각과 엇각의 성질, 삼각형의 합동 조건 등 이용) 평행사변형임을 확인하기</li> <li>- [평행사변형이 될 조건2] 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이 평행사변형임을 확인하기 위해 공학 도구를 이용하여 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형임을 확인하기</li> <li>- [평행사변형이 될 조건3] 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형이 평행사변형임을 확인하기 위해 선분을 하나 긋고 그 선분의 중점을 중점으로 하는 다른 선분을 그린 후 두 선분의 끝점을 이은 사각형이 평행사변형임을 확인하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이등변삼각형의 뜻과 성질에 해당하는 삼각형이 이등변삼각형임을 사례로 제시하여 평행사변형의 뜻과 성질을 만족하는 사각형이 평행사변형임을 설명하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형이 될 조건을 수학적 근거(평행선에서 동위각과 엇각의 성질, 삼각형의 합동 조건 등)를 들어 증명하기(잼보드 및 개인 활동지 활용)</li> </ul> </li> </ul>	<p>조건 탐구하고 정당화하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>포트폴리오 평가<sup>[13]</sup></b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형이 되는 조건을 정당화하기</li> </ul> </li> <li>● <b>지필평가<sup>[12]</sup></b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형이 되는 조건 정당화하기</li> <li>- 평행사변형이 되는 조건을 이용하여 주어진 사각형이 평행사변형인지 판단하기</li> </ul> </li> </ul>
---------------------------	--	--

		<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>탐구2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 한 쌍의 대변이 평행한 사각형이 있을 때, 그 사각형이 평행사변형이 되기 위해 더 필요한 조건 추측하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화1</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- [평행사변형이 될 조건4] 공학 도구를 사용하여 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 확인하기</li> <li>- 공학 도구를 사용하여 한 쌍의 대변이 평행하고 다른 한 쌍의 대변의 길이가 같은 사각형은 평행사변형이 아닐 수 있다는 것을 확인하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 갖는 평행사변형을 사례로 제시하여 [평행사변형이 될 조건4] 설명하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형이 될 조건을 수학적 근거(평행선에서 동위각과 엇각의 성질, 삼각형의 합동 조건 등)를 들어 증명하기(잼보드 및 개인 활동지 활용)</li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>학습 내용 정리하기</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형이 되는 조건</li> </ul> </li> <li>● <b>배움 과정 성찰하기</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> <li>- 구글 클래스룸, 알지오매스를 활용한 공학 활용 평가 실시<sup>[8]</sup></li> </ul> </li> </ul>	
12~13 [포트폴리오 평가 A]	직사각형과 마름모의 성질 탐구하고 정당화하기	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 직사각형, 마름모 등 다양한 기하학적 문양이 이용된 건축물, 의복, 생활 소품, 문화유산 등 소개하기<sup>[7]</sup></li> <li>● 전시학습 상기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직사각형, 마름모의 뜻과 평행사변형이 될 조건을 통해 직사각형과 마름모는 평행사변형이 됨을 이해하게 하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 포트폴리오 평가<sup>[13]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직사각형과 마름모의 성질 탐구하고 정당화하기</li> </ul> </li> <li>● 지필평가<sup>[12]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 여러 가지 사각형의</li> </ul> </li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 탐구 질문 제시하기             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주어진 사각형이 직사각형이나 마름모라는 근거를 어떻게 제시할 수 있을까?</li> </ul> </li> <li>&lt;전개&gt;</li> <li>1. 직사각형과 마름모의 성질 탐구하고 정당화하기</li> <li>● 탐구1             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 모니터나 태블릿 PC의 크기는 대각선의 길이를 이용하여 나타내는 이유 추측하기</li> <li>- 마름모의 넓이를 구하는 방법에서 마름모의 대각선의 성질 추측하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화1             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 합동인 특정 직사각형 모양의 종이 2장을 서로 다른 대각선을 따라서 오린 후 추측한 직사각형의 대각선의 성질을 확인하기</li> <li>- 마름모 모양의 종이를 자른 후(색종이를 반으로 접은 후 이등변삼각형 모양으로 자르기 또는 폭이 같은 직사각형 모양의 종이를 두 장 겹쳐서 자르기) 두 대각선을 접어서 추측한 마름모의 대각선의 성질 확인하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화2             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 갖는 직사각형, 마름모를 제시하여 직사각형, 마름모의 대각선의 성질 설명하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화3             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직사각형과 사각형의 대각선의 성질을 수학적 근거(주어진 조건, 삼각형의 합동조건 등)를 들어 증명하기(잼보드 및 개인 활동지 활용)</li> </ul> </li> <li>● 탐구2             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직사각형과 마름모의 뜻과 대각선의 성질을 이용하여 주어진 사각형이 직사각형이나 마름모가 될 조건 추측하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화1             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 공학 도구를 이용하여 두 대각선의 길이가 같고 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하</li> </ul> </li> </ul>	<p>성질 정당화하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 대각선을 탐구하여 주어진 사각형 판단하기</li> </ul>
--	---	--



		<p>는 사각형은 직사각형, 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분 하는 사각형은 마름모가 됨을 확인하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>정당화2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 갖는 직사각형, 마름모를 사례로 제시하여 직사각형과 마름모가 될 조건 설명하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주어진 사각형이 직사각형 또는 마름모임을 수학적 근거(평행사변형의 뜻, 평행사변형이 될 조건, 삼각형의 합동조건 등)를 들어 증명하기</li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 학습 내용 정리하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직사각형과 마름모의 대각선의 성질</li> </ul> </li> <li>● 배움 과정 성찰하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 형성평가 실시</li> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정을 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>	
<p>14 [포트폴리오 평가 A]</p>	<p>정사각형의 성질 탐구하고 정당화하기, 여러 가지 사각형 사이의 관계 탐구하기</p>	<p>&lt;도입&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 전시학습 상기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직사각형과 마름모의 뜻과 성질</li> <li>- 정사각형의 뜻</li> </ul> </li> <li>● 탐구 질문 제시하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 직사각형이면서 마름모인 도형은 어떤 도형일까?</li> <li>- 여러 가지 사각형들 사이에는 어떤 관계가 있을까?</li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;전개&gt;</p> <p><b>1. 정사각형의 성질 탐구하고 정당화하기</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 탐구 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 딱지치기의 딱지를 접고 관찰하여 정사각형의 대각선의 성질 추측하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화1 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 딱지의 변의 길이, 각의 크기 측정을 통해 추측한 정사각형의 대각선의 성질 확인하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 포트폴리오 평가<sup>[13]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 정사각형의 성질 탐구하고 정당화하기, 여러 가지 사각형 사이의 관계 탐구하기</li> </ul> </li> <li>● 지필평가<sup>[12]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 정사각형의 성질 정당화하기</li> <li>- 여러 가지 사각형 사이의 관계 정당화하기</li> </ul> </li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>정당화2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 갖는 정사각형을 사례로 제시하여 정사각형의 대각선의 성질과 정사각형이 될 조건 설명하기</li> </ul> </li> <li>● <b>정당화3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 정사각형의 대각선의 성질과 정사각형의 될 조건을 수학적 근거(정사각형은 직사각형 이면서 마름모인 도형임)를 들어 증명하기</li> </ul> </li> </ul> <p><b>2. 여러 가지 사각형 사이의 관계 탐구 및 정당화하기</b> <sup>[2]</sup></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>정당화3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 뜻과 성질을 근거로 하여 여러 가지 사각형 사이의 관계를 탐구하여 표와 그림으로 나타내기</li> </ul> </li> </ul> <p>&lt;정리&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>학습 내용 정리하기</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 정사각형의 대각선의 성질</li> <li>- 여러 가지 사각형 사이의 관계</li> </ul> </li> <li>● <b>배움 과정 성찰하기</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 형성평가 실시</li> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul> </li> </ul>	
--	---	--

\* 정당화1, 정당화2, 정당화3은 각각 관찰이나 실험을 통한 확인하기, 사례나 근거를 통한 설명하기 또는 유사성에 근거한 추론하기, 증명하기에 해당된다. <sup>[4]</sup>

❖ 단원 평가 계획

차시별 과정중심평가 계획

차시	평가내용	평가방법 및 평가자료	
1~2	이등변삼각형의 성질과 이등변삼각형이 될 조건을 탐구하고 정당화하기, 증명이 필요한 이유 설명하기	포트폴리오 ([포트폴리오 평가 A] 참조)	자기 평가 ([자기 평가 B] 참조)
4~5	삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기		역량 평가 ([역량 평가 C] 참조)
6~7	삼각형의 내심의 성질 탐구하고 정당화하기		
8~9	평행사변형의 성질을 탐구하고 정당화하기		
10~11	평행사변형이 되는 조건 탐구하고 정당화하기		교구/공학 도구 활용 ([교구/공학 도구 활용 평가 D] 참조)
12~13	직사각형과 마름모의 성질 탐구하고 정당화하기		
14	정사각형의 성질 탐구하고 정당화하기, 여러 가지 사각형 사이의 관계 탐구하기		

❖ [포트폴리오 평가 A]의 평가과제 및 루브릭

소단원명	삼각형과 사각형의 성질	차시	1~2, 4~14																																																																																					
평가 목표	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 이등변삼각형의 성질과 조건을 탐구하고 정당화할 수 있다.</li> <li>● 삼각형의 외심의 성질을 탐구하고 정당화할 수 있다.</li> <li>● 삼각형의 내심의 성질을 탐구하고 정당화할 수 있다.</li> <li>● 평행사변형의 성질을 탐구하고 정당화할 수 있다.</li> <li>● 평행사변형이 되는 조건을 정당화할 수 있다.</li> <li>● 여러 가지 사각형의 성질을 탐구하고 정당화할 수 있다.</li> <li>● 여러 가지 사각형 사이의 관계를 탐구하고 정당화할 수 있다.</li> </ul>																																																																																							
평가 내용	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 이등변삼각형의 성질과 이등변삼각형이 될 조건을 탐구하고 정당화하기</li> <li>● 삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기</li> <li>● 삼각형의 내심의 성질 탐구하고 정당화하기</li> <li>● 평행사변형의 성질을 탐구하고 정당화하기</li> <li>● 공학 도구를 이용하여 사각형이 평행사변형이 되는 조건 탐구하고 정당화하기</li> <li>● 직사각형과 마름모의 성질 탐구하고 정당화하기</li> <li>● 정사각형의 성질 탐구하고 정당화하기, 여러 가지 사각형 사이의 관계 탐구하기</li> </ul>																																																																																							
평가 방법	<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가 <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 포트폴리오 평가 <input type="checkbox"/> 관찰 평가 <input type="checkbox"/> 면담 평가 <input type="checkbox"/> 구술 평가 <input type="checkbox"/> 자기 평가 <input type="checkbox"/> 동료 평가 <input type="checkbox"/> 온라인 평가 <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가 <input type="checkbox"/> 기타( )																																																																																							
평가 과제	<p>[참고1] 학생의 다양한 정당화 활동 확인 자료 예시*</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 수업 시간에 활동한 정당화 종류에 따라 수정하여 사용</li> <li>- 학생이 각 정당화 활동에 도달한 날짜 기록 (학생: 노란색 칸, 교사: 주황색 칸 작성)</li> </ul> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">수업 날짜</th> <th rowspan="2">평가내용</th> <th colspan="3">정당화1</th> <th colspan="3">정당화2</th> <th colspan="3">정당화3</th> <th rowspan="2">비고 (피드백)</th> </tr> <tr> <th>3</th><th>2</th><th>1</th> <th>3</th><th>2</th><th>1</th> <th>3</th><th>2</th><th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">0월 0일</td> <td>이등변삼각형의 성질과</td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td rowspan="3"></td> </tr> <tr> <td>이등변삼각형이 될 조건을</td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>탐구하고 정당화하기</td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td rowspan="3">0월 0일</td> <td>삼각형의 외심의 성질 탐구하고</td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td rowspan="3"></td> </tr> <tr> <td>정당화하기</td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> </tr> </tbody> </table>			수업 날짜	평가내용	정당화1			정당화2			정당화3			비고 (피드백)	3	2	1	3	2	1	3	2	1	0월 0일	이등변삼각형의 성질과											이등변삼각형이 될 조건을										탐구하고 정당화하기										0월 0일	삼각형의 외심의 성질 탐구하고											정당화하기																			
수업 날짜	평가내용	정당화1				정당화2			정당화3			비고 (피드백)																																																																												
		3	2	1	3	2	1	3	2	1																																																																														
0월 0일	이등변삼각형의 성질과																																																																																							
	이등변삼각형이 될 조건을																																																																																							
	탐구하고 정당화하기																																																																																							
0월 0일	삼각형의 외심의 성질 탐구하고																																																																																							
	정당화하기																																																																																							

0월 0일	삼각형의 내심의 성질 탐구하고 정당화하기	3	2	1	3	2	1	3	2	1
0월 0일	평행사변형의 성질 탐구하고 정당화하기	3	2	1	3	2	1	3	2	1
0월 0일	공학 도구를 이용하여 평행사변형이 되는 조건 탐구하고 정당화하기	3	2	1	3	2	1	3	2	1
0월 0일	직사각형과 마름모의 성질 탐구하고 정당화하기	3	2	1	3	2	1	3	2	1
0월 0일	정사각형의 성질 탐구하고 정당화하기, 여러 가지 사각형 사이의 관계 탐구하기	3	2	1	3	2	1	3	2	1

[참고2] 정당화 활동별 학생 수준 예시

수준	3	2	1
정당화1	종이접기나 공학 도구를 활용하여 도형의 성질을 확인하였다.	종이접기나 공학 도구를 활용하여 도형의 성질을 일부 확인하였다.	종이접기나 공학 도구를 활용하여 도형의 성질을 확인하려 노력하였다.
정당화2	모듬이나 학급친구들의 실험 결과를 바탕으로 개별 도형의 성질을 포괄하는 일반적인 도형의 성질을 찾아 설명하였다.	모듬이나 학급친구들의 실험 결과를 바탕으로 개별 도형의 성질을 포괄하는 일반적인 도형의 성질을 일부 찾아 설명하였다.	모듬이나 학급친구들의 실험 결과를 바탕으로 개별 도형의 성질을 포괄하는 일반적인 도형의 성질을 찾으려 노력하였다.
정당화3	도형의 성질을 증명하였다.	도형의 성질의 증명 과정 중 일부를 제시하였다.	도형의 성질을 증명하려 노력하였다.

루브릭	수준	잘함	보통	노력 요함
	기준			
	포트폴리오 완성도	기재 사항 목록을 완벽하게 채웠다.	기재 사항 목록을 대부분 채웠다.	기재 사항 목록을 거의 채우지 못했다.
	평가과제 완성도	포트폴리오에 있어야 하는 모든 과제를 완수하여 포함시켰다.	포트폴리오에 있어야 하는 대부분의 과제를 완수하여 포함시켰다.	포트폴리오에 있어야 하는 과제물 일부를 완수하여 포함시켰다.
	진보 정도	정당화 단계 중 한 단계 이상 진보하거나 증명하기 단계에서 논리적 엄밀성이 향상되었다.	교사나 친구의 도움을 받아 정당화 단계 중 한 단계 이상 진보하거나 증명하기 단계에서 논리적 엄밀성이 향상되었다.	진보 정도가 관찰되지 않았다.
	의사소통	친구의 생각을 듣고 타당한지 검토하고 자신의 생각을 논리적으로 설명하였다.	친구와 생각을 나누고 검토하는 활동에 참여하였다.	친구와 생각을 나누고 검토하는 활동에 때때로 참여하였다.
	성찰	자신의 배움 과정을 성찰하는 시간을 가졌다.	자신의 배움 과정을 성찰하는 시간을 일부 가졌다.	자신의 배움 과정을 성찰하지 않았다.
	성장 노력	개인의 성장 목표를 설정하고 그것을 실행한 증거자료를 보였다.	개인의 성장 목표를 설정하고 그것을 실행하려 노력한 증거자료를 보였다.	개인의 성장 목표를 설정하였다.

\* 단원 지도 계획에 의한 예시 자료임



## 평가과제 예시\*



평가과제명: 삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기



### 평가과제

#### 탐 구

자를 이용하여 삼각형의 외심의 성질을 찾아보자.

1. 아래에 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형을 각각 한 개씩 그린 후 세 변의 수직이등분선을 그려보자.

2. 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만나는가?

3. 세 변의 수직이등분선의 교점에서 각 꼭짓점까지의 거리를 측정하고, 그 길이를 비교해보자.

4. 탐구한 삼각형의 외심의 성질을 적어보자.

<삼각형의 외심의 성질>

- 1.
- 2.

\* 포트폴리오 평가과제 자료 중 삼각형의 외심의 성질 관련 과제를 제시함

## 정당화 1

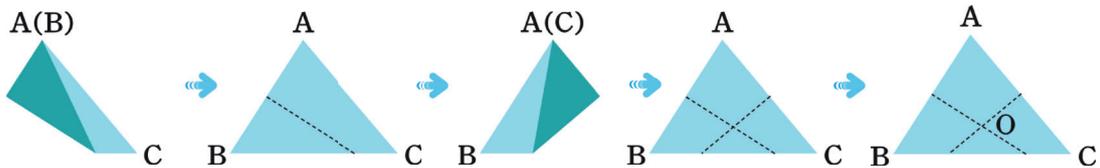
- ☑ 앞서 탐구한 삼각형의 외심의 성질은 아래와 같다.

<삼각형의 외심의 성질>

- 1.
- 2.

- ☑ 종이접기를 하며 탐구한 삼각형의 외심의 성질을 확인해보자.

1. 색종이로 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형을 각각 한 개씩 오려 두세요.
2. 먼저 예각삼각형으로 실험해봅시다.
  - (1) 점 A와 점 B가 겹치도록 접은 후 펼쳐서 변 AB의 수직이등분선을 만든 후 접은 선을 점선으로 나타내보고 직각 표시도 해보자.
  - (2) 변 AC의 수직이등분선을 만들어 점선으로 나타내보고 직각 표시도 해보자. 두 변의 수직이등분선의 교점을 O라고 하자.



출처: 이준열 외, “중학교 수학2”, 천재교육, 2009년, 152쪽

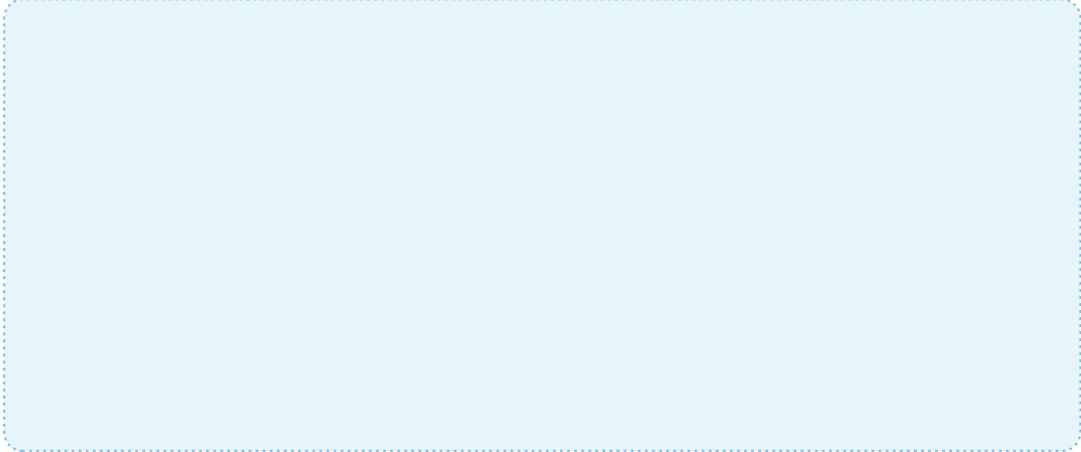
3. 교점 O를 지나면서 나머지 한 변에 수직인 선분을 접어 실선으로 나타내보자.
 

Q. 그 선분은 나머지 한 변의 중점을 지나나요?

Q. 예각삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만난다고 할 수 있는가?
4. 직각삼각형, 둔각삼각형으로도 같은 실험을 해보자.
 

Q. 모든 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다고 할 수 있는가?

\* 실험 후 세 삼각형을 일정한 거리를 두고 아래에 붙여보세요.

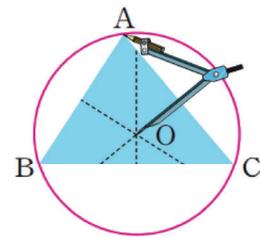


5. 컴퍼스 또는 실을 이용하여

삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점  $O$ 를 중심으로 하고,  $O$ 에서 한 꼭짓점까지의 길이를 반지름으로 하는 원을 각각 그려보자.

Q. 세 꼭짓점이 한 원 위에 있는가?

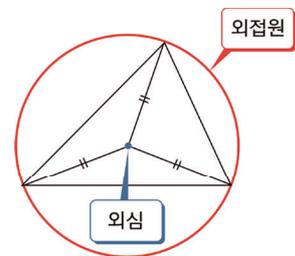
Q. 삼각형별로 교점의 위치가 어떻게 달라지는가?



출처: 이준열 외, “중학교 수학2”, 천재교육, 2009년, 152쪽

6. 위 실험과 관련된 수학 용어를 알아보자.

- 외심:
- 외접:
- 외접원:



## 정당화 2

<삼각형의 외심의 성질>

- 1.
- 2.

- 알지오매스를 이용하여 삼각형을 그리고 세 변의 수직이등분선을 작도한 후 꼭짓점을 이동하면서 위와 같이 삼각형의 외심의 성질이 성립하는 이유를 친구들끼리 설명해보자.

<친구1>	
<친구2>	
<친구3>	

- 모둠활동 결과, 외심의 삼각형의 성질이 왜 성립하는지 설명해보자.

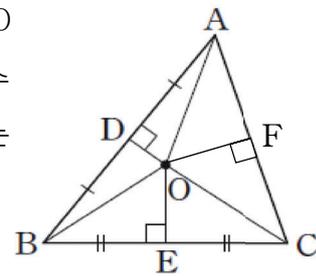
### 정당화 3

<삼각형의 외심의 성질>

- 1.
- 2.

☑ 다음 문제를 통해 위 삼각형의 외심의 성질이 성립함을 증명해보자.

$\triangle ABC$ 의  $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과  $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을  $O$ 에서  $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을  $F$ 라 할 때,  $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만나고, 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 모두 같음을 다음 단계에 따라 증명해보자.



<1단계> 거꾸로 생각하기

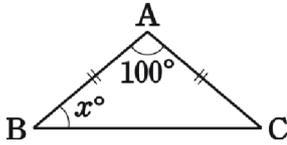
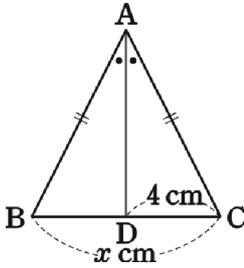
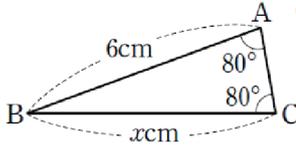
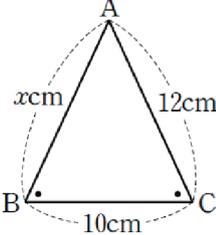
- ① [ $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.]가 성립하려면 먼저 무엇이 성립하여야 할까요?
- ② ① 에서 제시한 것이 성립하려면 먼저 무엇이 성립하여야 할까요?
- ③ ② 에서 제시한 것이 왜 성립할까요?

<2단계> 위 단계를 거꾸로 진술하여 외심의 성질 증명하기(③ ▶ ② ▶ ① )

## ❖ [역량 평가 C]의 평가과제 및 루브릭

소단원명	삼각형과 사각형의 성질	차시	4~5
평가목표	삼각형의 외심의 성질을 탐구하고 정당화할 수 있다.		
평가내용	삼각형의 외심을 활용하여 일상생활의 문제를 해결하고 설명하기		
평가방법	<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가 <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가 <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가 <input type="checkbox"/> 관찰 평가 <input type="checkbox"/> 면담 평가 <input type="checkbox"/> 구술 평가 <input type="checkbox"/> 자기 평가 <input type="checkbox"/> 동료 평가 <input type="checkbox"/> 온라인 평가 <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 기타(문제해결 역량)		
평가과제	<p>세 출입구 A, B, C에서 같은 거리에 있는 지점에 배변 봉투 수거함을 설치하려고 한다. 그 지점을 찾아 지도에 표시하고, 그 과정을 수학적 근거를 들어 설명하시오. [10점]</p>  <p>출처:  <a href="https://map.naver.com/p/entry/place/12029833?c=17.72,0,0,2,adh&amp;p=g3_ZsNbDKgiZxcINOLBYcg,174,-38.49,67,Float">https://map.naver.com/p/entry/place/12029833?c=17.72,0,0,2,adh&amp;p=g3_ZsNbDKgiZxcINOLBYcg,174,-38.49,67,Float</a> </p>		
루브릭	배점	채점요소	
	1점	삼각형의 외심을 찾아야 함을 제시한 경우	
	3점	삼각형의 외심을 찾아야 하는 이유를 외심의 성질을 이용하여 제시한 경우	
	3점	삼각형의 외심을 찾는 방법을 설명한 경우	
	2점	실제 컴퍼스나 공학 도구, 종이접기를 이용하여 외심의 위치를 찾는 과정을 포함한 경우	
	1점	삼각형의 외심의 위치를 지도에 표시한 경우	

❖ [자기 평가 B]의 평가과제 및 루브릭

소단원명	삼각형과 사각형의 성질	차시	1~2
평가목표	이등변삼각형의 성질과 조건을 탐구하고 정당화할 수 있다.		
평가내용	이등변삼각형의 성질과 이등변삼각형이 될 조건 이해하기 증명이 필요한 이유 설명하기		
평가방법	<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가 <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가 <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가 <input type="checkbox"/> 관찰 평가 <input type="checkbox"/> 면담 평가 <input type="checkbox"/> 구술 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 자기 평가 <input type="checkbox"/> 동료 평가 <input type="checkbox"/> 온라인 평가 <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가 <input type="checkbox"/> 기타( )		
평가과제	<p>1. 다음 이등변삼각형에서 <math>x</math>의 값을 구하고, 그 과정을 설명하십시오.</p> <p>(1) </p> <p>(2) </p> <p>2. 다음 삼각형에서 <math>x</math>의 값을 구하고, 그 과정을 설명하십시오.</p> <p>(1) </p> <p>(2) </p> <p>3. 증명이 필요한 이유에 대해 자신의 생각을 적어보시오.</p> <div style="border: 1px dashed black; height: 150px; margin-top: 10px;"></div>		

4. 오늘의 배움을 되돌아보며 아래 물음에 스스로 점검해보세요.

수준	이등변삼각형의 성질을 이해하여 관련 문제를 해결했는가?	이등변삼각형이 될 조건을 알고, 관련 문제를 해결했는가?	증명이 필요한 이유를 설명할 수 있는가?
그렇다			
보통이다			
그렇지 않다			

5. 자신의 배움 과정을 되돌아보고, 그 과정이 어떠했나요?

6. 더 알고 싶은 것은 무엇인가요?

7. 자신의 성장을 위해 앞으로 더 노력할 사항은 무엇인가요?

루브릭

수준	객관성	배움 성찰 과정	성장 목표 설정
잘함	자신의 학습 수준을 객관적으로 평가하였다.	자신의 배움 과정과 더 알고 싶은 것을 구체적으로 제시하였다.	자신의 성장을 위한 구체적인 목표를 설정하였다.
보통	자신의 학습 수준을 객관적으로 평가하려고 노력하였다.	자신의 배움 과정과 더 알고 싶은 것 중 하나를 제시하였다.	자신의 성장을 위한 목표를 설정하였다.
노력요함	자신의 학습 수준을 주관적으로 평가하였다.	자신의 배움 과정이나 더 알고 싶은 것을 제시하려고 노력하였다.	자신의 성장을 위한 목표를 설정하려고 노력하였다.

❖ [교구/공학 도구 활용 평가 D]의 평가과제 및 루브릭

소단원명	삼각형과 사각형의 성질	차시	10~11
평가목표	공학 도구를 이용하여 사각형이 평행사변형이 되는 조건을 탐구할 수 있다.		
평가내용	평행사변형이 되는 조건 탐구하고 정당화하기		
평가방법	<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가 <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가 <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가 <input type="checkbox"/> 관찰 평가 <input type="checkbox"/> 면담 평가 <input type="checkbox"/> 구술 평가 <input type="checkbox"/> 자기 평가 <input type="checkbox"/> 동료 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 온라인 평가 <input checked="" type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가 <input type="checkbox"/> 기타( )		
평가과제	하단참조		
루브릭	수준	<b>평행사변형이 되는 조건 탐구하고 정당화하기</b>	
	잘함	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 사각형을 그린 후 평행사변형이 되는 이유를 2가지 탐구하고, 주어진 사각형이 평행사변형임을 수학적 근거를 들어 설명하였다.	
	보통	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 사각형을 그린 후 평행사변형이 되는 이유를 1~2가지 탐구하고, 주어진 사각형이 평행사변형임을 수학적 근거를 들어 일부 설명하였다.	
	노력 요함	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 최대 1개의 사각형을 그린 후 평행사변형이 되는 이유를 탐구하였다.	

❖ 피드백 및 결과 기록 (예시)

피드백	수준	학생 피드백 방안(예시)
	3	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 사각형을 탐구하여 평행사변형임을 모두 탐구하였으며, 각 단계에서 의미하는 수학적 의미를 파악하고 있습니다. 주어진 사각형이 평행사변형임을 수학적 근거를 들어 증명할 수 있으며, 평행사변형 이외의 도형을 찾아 탐구하였습니다.
	2	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 사각형을 탐구하여 평행사변형임을 일부 또는 모두 탐구하였습니다. 구체적 수치 등을 통하여 주어진 사각형이 평행사변형임을 설명할 수 있습니다. 삼각형의 합동 등 수학적 근거를 통한 증명을 할 수 있도록 합니다.
	1	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 사각형을 탐구할 수 있습니다. 평행사변형의 뜻과 성질에 대해서 다시 확인하도록 합니다.

결과 기록	수준	결과 기록(예시)
	3	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 사각형을 탐구하여 평행사변형임을 모두 탐구하였으며, 주어진 사각형이 평행사변형임을 수학적 근거를 들어 증명할 수 있습니다.
	2	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 사각형을 탐구하여 평행사변형임을 최대 2개 탐구하였으며, 1개 이상 주어진 사각형이 평행사변형임을 수학적 근거를 들어 설명할 수 있습니다.
	1	공학 도구를 이용하여 주어진 단계에 따라 사각형을 최대 1개 탐구하였습니다.



## 평가과제 예시

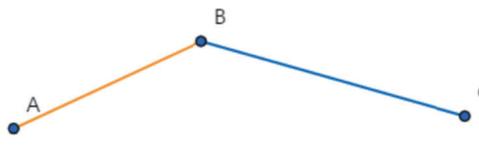
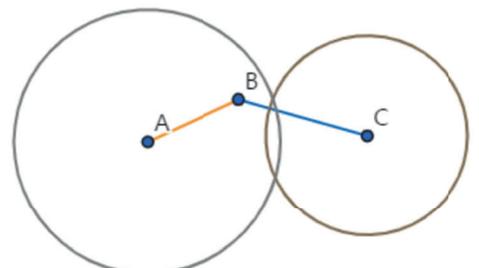
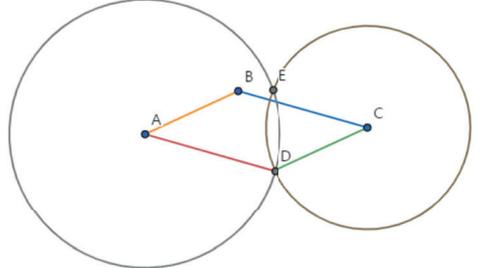


평가과제명: 평행사변형이 되는 조건 탐구하고 정당화하기



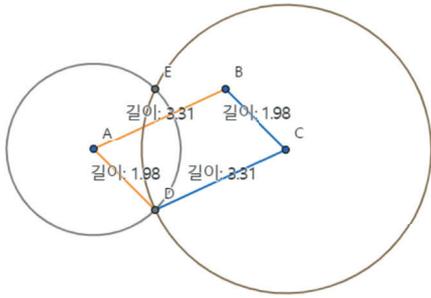
### 평가과제

1. 구글 클래스룸의 퀴즈 과제의 알지오매스 이용하여 다음 단계를 따라 도형을 그리시오.

단계	사용도구	설명
1	 선분	선분 도구를 이용하여 선분 AB와 선분 BC를 그린다.
예시		
2	 컴퍼스	중심이 점 A이고 반지름의 길이가 $\overline{BC}$ 인 원, 중심이 점 C이고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$ 인 원을 그린다.
예시		
3	 교점	두 원의 교점을 택하고, 한 점 D를 택하여 사각형을 그린다.
예시		

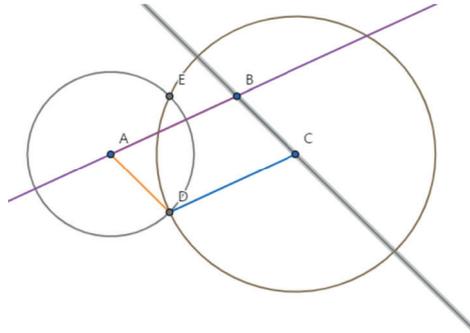
2. 완성된 사각형을 관찰한 후, 어떤 사각형인지 판단하고 그 근거를 적으시오.

예시1



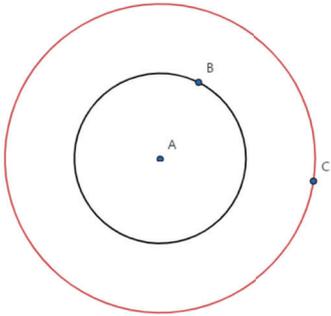
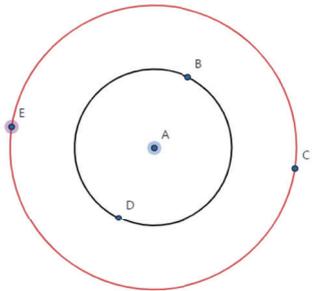
평행사변형이다. 왜냐하면 두 쌍의 대변의 길이가 같기 때문이다.

예시2



평행사변형이다. 왜냐하면 평행선을 그렸을 때 두 쌍의 대변이 각각 평행하기 때문이다.

3. 알지오매스를 이용하여 다음 단계에 따라 도형을 그리시오

단계	사용도구	설명
1	 원: 중심과 한 점	원 도구를 이용하여 중심이 A인 원을 두 개 그리시오.
	예시	
2	 점대칭	점대칭 도구를 이용하여 점 A를 기준점으로 하여 점 B와 점 C를 대칭시킨다.
	예시	

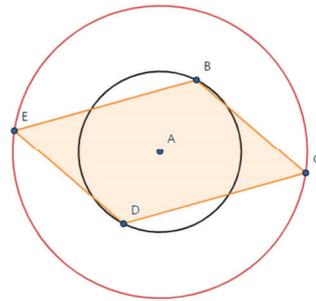


다각형

다각형 도구를 이용하여 사각형 ABCD를 그린다.

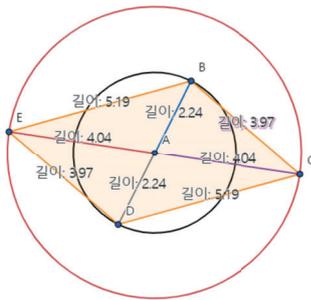
예시

3



4. 완성된 사각형을 관찰한 후, 어떤 사각형인지 판단하고 그 근거를 적으시오.

예시



평행사변형이다.

왜냐하면 대각선이 서로를 이등분하는 사각형이기 때문이다.

대변의 길이가 같기 때문이다.

5. 위 1번~4번 문제를 통해 빈칸에 들어갈 수 있는 말을 적으시오.

인 사각형은 평행사변형이다.

6. 위 5번 문제의 문장을 수학적 근거를 들어 설명하시오.

Blank area for writing the explanation.

**나 차시별 교수·학습 설계안**

교수·학습 설계안			
학습 주제	삼각형의 외심의 성질 탐구하기	차시	4~5
탐구 질문	세 점에서 같은 거리에 있는 점(삼각형의 외심)을 어떻게 찾고, 친구들에게 어떻게 설명할 수 있을까?	학습 장소	수학교실
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 평면도형과 입체도형은 여러 가지 모양을 범주화한 것이며, 각각의 평면도형과 입체도형은 고유한 성질을 갖는다.</li> <li>● 도형의 성질과 관계를 탐구하고 정당화하는 것은 논리적이고 비판적으로 사고하는 데 기반이 된다.</li> </ul>		
교수·학습 방안	<input type="checkbox"/> 설명식 교수 <input type="checkbox"/> 토의·토론 학습 <input type="checkbox"/> 협력 학습 <input checked="" type="checkbox"/> 탐구 학습 <input type="checkbox"/> 프로젝트 학습 <input type="checkbox"/> 수학적 모델링 <input type="checkbox"/> 놀이 및 게임 학습 <input type="checkbox"/> 기타(                      )		

단계	교수·학습 활동
<도입>	<p>[전시학습 상기] 두 직각삼각형의 합동조건</p> <p>[예상하기(탐구 질문)] 우리 동네 공원의 세 출입구에서 같은 거리에 있는 지점에 반려동물 배변봉투 수거함을 만들려고 할 때, 그 위치를 어떻게 찾고 친구들에게 설명할 수 있을까?</p>
<활동1>	<p>[삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 탐구 및 추측             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 학생 개인이 자신이 그린 삼각형의 외심의 성질을 자로 측정하며 탐구 및 추측하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화1             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 종이접기 후 관찰 및 측정을 통해 자신이 만든 특정 삼각형의 외심의 성질 확인하기</li> </ul> </li> <li>● 외심, 외접, 외접원의 뜻 이해하기</li> <li>● 정당화2             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구체적인 각도나 길이를 제시하며 삼각형의 외심의 성질을 설명하기</li> </ul> </li> <li>● 정당화3             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심의 성질을 수학적 근거를 들어 증명하기</li> </ul> </li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>● (심화) 삼각형의 외심이 갖는 다양한 성질 탐구하고 정당화하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 두 변의 수직이등분선의 교점에서 다른 한 변에 수선을 내린 도형을 보고, 문제에 주어진 사실과 추측할 수 있는 사실 적기</li> <li>- 모둠원들에게 자신이 추측한 삼각형의 외심의 성질 설명하며 수정·보완하기 (잼보드 활용)</li> <li>- 모둠 내에서 추측한 삼각형의 외심의 성질을 학급 친구들에게 설명하며 수정·보완하기(잼보드 활용)</li> </ul> </li> <li>● 삼각형의 외심의 성질 문제 해결하기</li> </ul>
<활동2>	<p>[삼각형의 외심을 활용하여 실생활 문제 해결하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 배변 봉투 수거함 설치 등 삼각형의 외심의 성질을 활용하여 일상생활 문제를 해결하고 설명하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- (문제) 우리 동네 공원의 세 출입구에서 같은 거리에 있는 지점에 애완 동물 배변 봉투 수거함을 만들려고 할 때, 그 위치를 어떻게 찾을 수 있을지 수학적으로 설명해보자.</li> </ul> </li> </ul>
정리	<p>[학습 내용 정리하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심의 뜻과 성질</li> </ul> <p>[배움 과정 성찰하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 형성평가 실시</li> <li>- 정당화 과정 등 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul>
평가 계획	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자기평가 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심의 성질 이해하기, 정당화 과정 등 자신의 배움 과정을 성찰하고 성장 목표 설정하기</li> </ul> </li> <li>● 역량평가(문제해결) <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심을 활용하여 일상생활의 문제 해결하고 설명하기</li> </ul> </li> <li>● 포트폴리오 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기</li> </ul> </li> </ul>

## 다 차시별 교수·학습 프로그램

교수·학습 프로그램			
학습 주제	삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정당화하기	차시	4~5
		학습 장소	수학교실
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 평면도형과 입체도형은 여러 가지 모양을 범주화한 것이며, 각각의 평면도형과 입체도형은 고유한 성질을 갖는다.</li> <li>● 도형의 성질과 관계를 탐구하고 정당화하는 것은 논리적이고 비판적으로 사고하는 데 기반이 된다.</li> </ul>		
교수·학습 방안	<input type="checkbox"/> 설명식 교수 <input type="checkbox"/> 토의·토론 학습 <input type="checkbox"/> 협력 학습 <input checked="" type="checkbox"/> 탐구 학습 <input type="checkbox"/> 프로젝트 학습 <input type="checkbox"/> 수학적 모델링 <input type="checkbox"/> 놀이 및 게임 학습 <input type="checkbox"/> 기타(                                      )		

### 수업자료 및 학생 작성 예시



#### 배움 주제로의 초대

삼각형과 사각형은 가장 간단하고 기본적인 도형으로 건축, 디자인 등의 다양한 분야에서 활용되고 있다. 건축에서 건물을 튼튼하고 안정적으로 짓기 위해 삼각형 그물 모양으로 뼈대나 구조를 세우기도 한다. 고대 이집트의 피라미드에서부터 현대 두바이의 부르즈 할리파와 같은 최첨단 건물의 건축은 이들 도형의 성질을 이해하는 데서 시작되었다. 또한, 삼각형과 사각형을 활용한 디자인은 효율적인 상품으로 개발되어 우리 삶을 풍요롭게 해 주기도 한다. 단백질 구조나 로봇 경로를 찾아내기도 하며, 문화유산을 복원하기도 한다. 또한 삼각형의 외심을 활용하여 멋진 건축물을 디자인하기도 하고, 공공기관의 위치를 선정하는 데에도 활용된다. 이번 차시에서는 삼각형의 성질 중 외심의 성질을 탐구해 본다.



#### 수행과제 이해하기

### 유용한 수학, 마을의 문제 해결하다

#### 공원 내 반려동물 배변 봉투 수거함을 설치할 지점은?

지난주 토요일 친구와 함께 플로깅 캠페인을 다녀왔다. 걷기도 하고 환경 정화 활동도 하고 의미 있는 하루였다. 그런데 우리 학교 옆 공원 화단 곳곳에 배변 봉투가 버려져 있어 관련 기관에 배변 봉투 수거함 설치를 의뢰하고자 한다. 공원 주 출입구 3곳에서 같은 거리에 있는 곳에 배변 봉투 수거함을 설치해달라고 할 때, 그 위치는 어떻게 찾을 수 있을까?



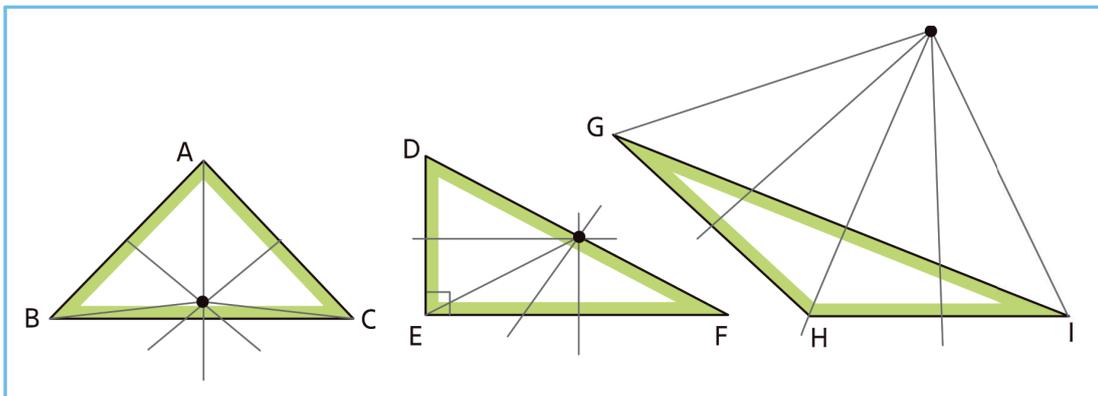
## 수행과제 해결하기

### 탐 구 9

☑ 자를 이용하여 삼각형의 외심의 성질을 찾아보자.

1. 아래에 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형을 각각 한 개씩 그린 후 세 변의 수직이등분선을 그려보자.

(작성 예시)



2. 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만나는가? **한 점에서 만난다.**
3. 세 변의 수직이등분선의 교점에서 각 꼭짓점까지의 거리를 측정하고, 그 길이를 비교해보자.  
 $\triangle ABC$ (예각삼각형): 1.7cm로 세 변의 수직이등분선의 교점에서 각 꼭짓점까지의 거리가 같다.  
 $\triangle DEF$ (직각삼각형): 2cm로 세 변의 수직이등분선의 교점에서 각 꼭짓점까지의 거리가 같다.  
 $\triangle GHI$ (둔각삼각형): 3.8cm로 세 변의 수직이등분선의 교점에서 각 꼭짓점까지 거리가 같다.
4. 탐구한 삼각형의 외심의 성질을 적어보자.

<삼각형의 외심의 성질>

1. 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.
2. 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

## 정당화 ①

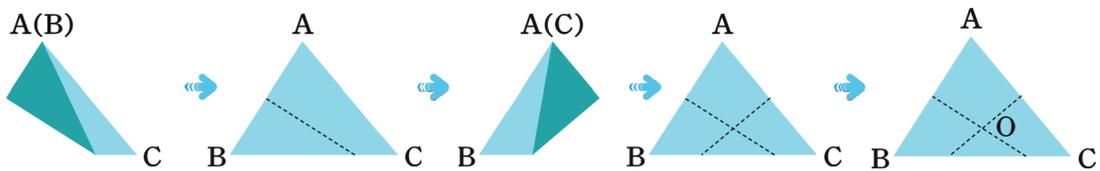
☑ 앞서 탐구한 삼각형의 외심의 성질은 아래와 같다.

<삼각형의 외심의 성질>

1. 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.
2. 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

☑ 종이접기를 하며 탐구한 삼각형의 외심의 성질을 확인해보자.

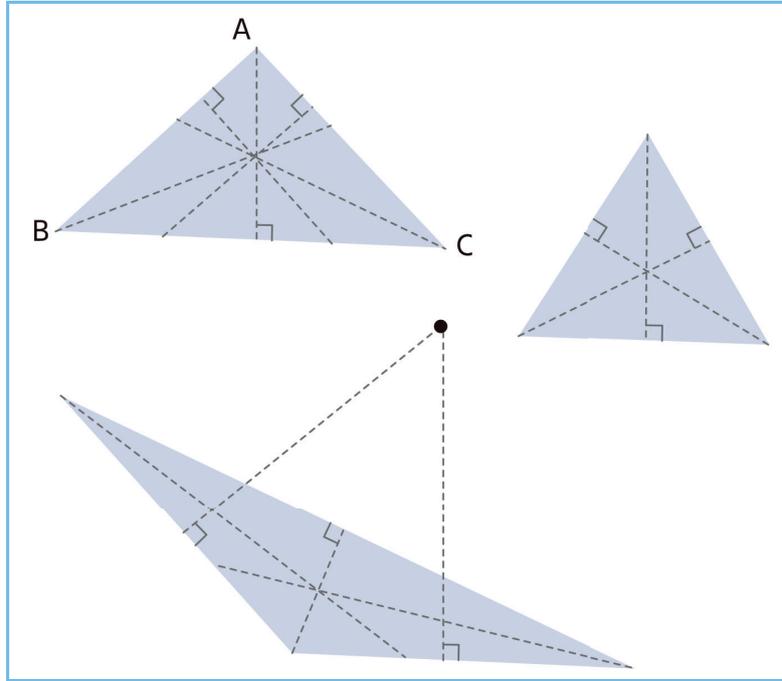
1. 색종이로 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형을 각각 한 개씩 오려 두세요.
2. 먼저 예각삼각형으로 실험해봅시다.
  - (1) 점 A와 점 B가 겹치도록 접은 후 펼쳐서 변 AB의 수직이등분선을 만든 후 접은 선을 점선으로 나타내보고 직각 표시도 해보자.
  - (2) 변 AC의 수직이등분선을 만들어 점선으로 나타내보고 직각 표시도 해보자.  
두 변의 수직이등분선의 교점을 O라고 하자.



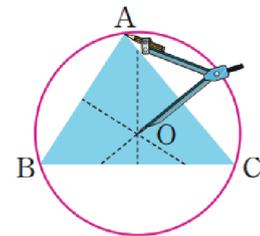
출처: 이준열 외, “중학교 수학2”, 천재교육, 2009년, 152쪽

3. 교점 O를 지나면서 나머지 한 변에 수직인 선분을 접어 실선으로 나타내보자.
  - Q. 그 선분은 나머지 한 변의 중점을 지나나요?  
네, 지납니다.
  - Q. 예각삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만난다고 할 수 있는가?  
네, 그렇습니다.
4. 직각삼각형, 둔각삼각형으로도 같은 실험을 해보자.
  - Q. 모든 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다고 할 수 있는가?  
네, 그렇습니다.

- ☑ 실험 후 세 삼각형을 일정한 거리를 두고 아래에 붙여보세요.  
(작성 예시)



5. 컴퍼스 또는 실을 이용하여 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점 O를 중심으로 하고, O에서 한 꼭짓점까지의 길이를 반지름으로 하는 원을 각각 그려보자.



출처: 이준열 외, “중학교 수학2”, 천재교육, 2009년, 152쪽

- Q. 세 꼭짓점이 한 원 위에 있는가?

네, 그렇습니다.

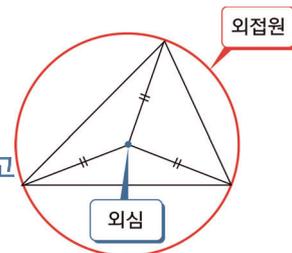
교점 O에서 세 꼭짓점까지의 거리는 원의 반지름이므로 그 길이가 같습니다.

- Q. 삼각형별로 교점의 위치가 어떻게 달라지는가?

예각삼각형들은 삼각형의 안쪽에, 둔각삼각형들은 삼각형의 바깥쪽에, 직각삼각형들 빗변의 가운데에 있습니다.

6. 위 실험과 관련된 수학 용어를 알아보자.

- 외심: 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 만나는 점
- 외접: 삼각형의 외심을 중심으로 하고, 세 꼭짓점을 지나는 원을 그릴 수 있는데, 이때, 그 원이 삼각형에 외접한다고 한다.
- 외접원: 삼각형에 외접하는 원



7. 종이접기를 통해 확인한 삼각형의 외심의 성질을 정리하여 보자.

<삼각형의 외심의 성질>

1. 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만난다.
2. 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

정당화 2

<삼각형의 외심의 성질>

1. 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만난다.
2. 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

☑ 알지오매스를 이용하여 삼각형을 그리고 세 변의 수직이등분선을 작도한 후 꼭짓점을 이동하면서 위와 같이 삼각형의 외심의 성질이 성립하는 이유를 친구들끼리 설명해보자.  
(작성 예시)

<친구1>			
<친구2>			
<친구3>			

☑ 모둠활동 결과, 외심의 삼각형의 성질이 왜 성립하는지 설명해보자.

세 점 중 하나의 점을 잡고 움직이며 다양한 삼각형을 만들어봤을 때, 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만나고 그 점에서 세 꼭짓점까지의 거리가 같다는 것을 알 수 있다. 셀 수 없이 많은 친구들의 사례들에서 같은 결과가 나오는 것을 보니, 위의 삼각형의 외심의 성질이 항상 성립한다는 것을 알 수 있다.

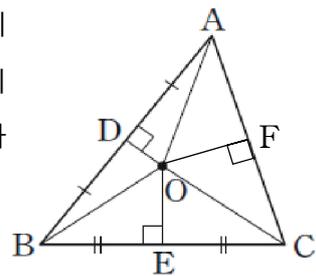
### 정당화 ③

<삼각형의 외심의 성질>

1. 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만난다.
2. 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

☑ 다음 문제를 통해 위 삼각형의 외심의 성질이 성립함을 증명하여보자.

$\triangle ABC$ 의  $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과  $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을  $O$ 에  
서  $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을  $F$ 라 할 때,  $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이  
등분선은 한 점에서 만나고, 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가  
모두 같음을 다음 단계에 따라 증명해보자.



#### <1단계> 거꾸로 생각하기

- ① [ $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.]가 성립하려면 먼저 무엇이 성립하여야 할까요?  
 $\overline{OD}, \overline{OE}$ 는 변의 수직이등분선이므로  $\overline{OF}$ 가  $\overline{AC}$ 의 수직이등분선임이 성립하면 된다.
- ② ①에서 제시한 것이 성립하려면 먼저 무엇이 성립하여야 할까요?  
 $\overline{OC} = \overline{OA}$ 이 성립하면 된다.
- ③ ②에서 제시한 것이 왜 성립할까요?  
 $\overline{OD}, \overline{OE}$ 가 수직이등분선이니까  $\overline{OA} = \overline{OB}$ ,  $\overline{OB} = \overline{OC}$  이고,  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다.

#### <2단계> 위 단계를 거꾸로 진술하여 외심의 성질 증명하기(③→②→①)

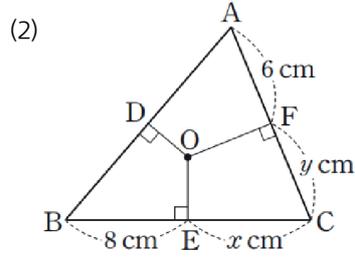
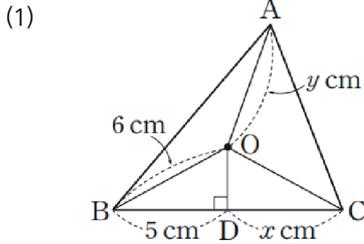
$\overline{OD}, \overline{OE}$ 는 각각  $\overline{AB}, \overline{BC}$ 의 수직이등분선이므로 수직이등분선의 성질에 의해  
 $\overline{OA} = \overline{OB}$  ..... ①  $\overline{OB} = \overline{OC}$  ..... ② 이고,

①, ②에 의해  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다.

한편, 점  $O$ 에서 변  $AC$ 에 내린 수선의 발을  $F$ 라고 하자.  $\triangle AFO$ 와  $\triangle CFO$ 에서  
 $\angle AFO = \angle CFO = 90^\circ$ ,  $\overline{OA} = \overline{OC}$ ,  $\overline{OF}$ 는 공통이므로  $\triangle AFO \cong \triangle CFO$ (RHS 합동)이고,  
 $\overline{AF} = \overline{CF}$ 이므로  $\overline{OF}$ 는 변  $AC$ 의 수직이등분선이다. 즉,  $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은  
한 점  $O$ 에서 만난다.

 문제 해결하기

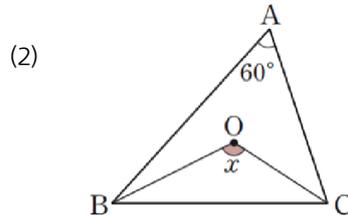
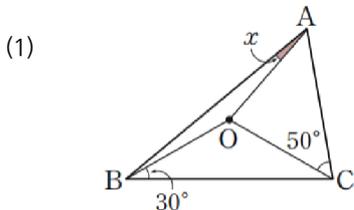
1. 다음 그림에서 점 O가  $\triangle ABC$ 의 외심일 때,  $x$ 와  $y$ 의 값을 각각 구하시오.



(1) 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로  $\overline{DC} = \overline{DB} = 5(\text{cm})$ 이다. 따라서  $x = 5$ 이다. 또, 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로  $\overline{OA} = \overline{OB} = 6(\text{cm})$ 이다. 따라서  $y = 6$ 이다.

(2) 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로  $\overline{EC} = \overline{EB} = 8(\text{cm})$ ,  $\overline{FC} = \overline{FA} = 6(\text{cm})$ 이다. 따라서  $x = 8$ ,  $y = 6$ 이다.

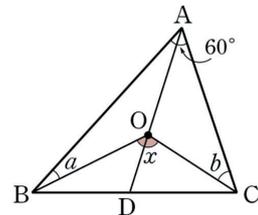
2. 다음 그림에서 점 O가  $\triangle ABC$ 의 외심일 때,  $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



(1) 점 O는  $\triangle ABC$ 의 외심이므로  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다. 즉,  $\triangle OAB$ ,  $\triangle OBC$ ,  $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형이므로  $\angle OBA = \angle OAB = \angle x$ ,  $\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$ ,  $\angle OAC = \angle OCA = 50^\circ$ 이다. 삼각형의 세 내각의 크기의 합은  $180^\circ$ 이므로  $2(\angle x + 30^\circ + 50^\circ) = 180^\circ$ 이다. 따라서  $\angle x = 10^\circ$ 이다.

(2) 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, O를 연결한 연장선이  $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D라 하고,  $\angle OBA = \angle a$ ,  $\angle OCA = \angle b$ 라고 하자.

점 O는  $\triangle ABC$ 의 외심이므로  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다. 즉,  $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로  $\angle OBA = \angle OAB = \angle a$ ,  $\angle BOD = \angle OAB + \angle OBA = 2\angle a$ 이다. 또,  $\triangle OCA$ 는 이등변삼각형이므로  $\angle OAC = \angle OCA = \angle b$ ,  $\angle COD = \angle OAC + \angle OCA = 2\angle b$ 이다. 이때,  $\angle A = \angle a + \angle b = 60^\circ$ 이므로  $\angle x = \angle BOD + \angle COD = 2\angle a + 2\angle b = 2(\angle a + \angle b) = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이다.





### 평가하기

#### 자기평가

#### 오늘의 배움 되돌아보고 성장 목표 설정하기

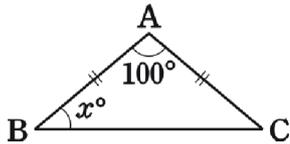
1. 오늘 배운 내용을 자신의 언어로 정리하여 보세요.

- 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.
- 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.
- 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

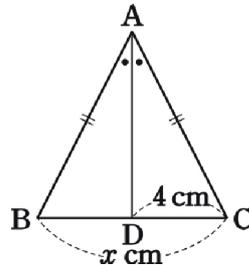
2. 다음 문제를 해결해보며, 자신의 배움을 확인해봅시다.

가. 다음 이등변삼각형에서  $x$ 의 값을 구하고, 그 과정을 설명하시오.

(1)



(2)



(1)  $\triangle ABC$ 는  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로  $\angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$ 이다.

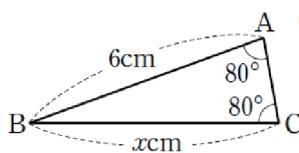
따라서  $x = 40$ 이다.

(2)  $\triangle ABC$ 는  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로  $\overline{BC} = 2\overline{CD} = 2 \times 4 = 8$  (cm)이다.

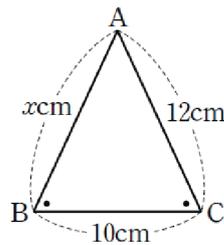
따라서  $x = 8$ 이다.

나. 다음 삼각형에서  $x$ 의 값을 구하고, 그 과정을 설명하시오.

(1)



(2)



(1)  $\triangle ABC$ 에서  $\angle A = \angle C = 80^\circ$  이므로  $\overline{BC} = \overline{BA} = 6$  (cm)이다. 따라서  $x = 6$ 이다.

(2)  $\triangle ABC$ 에서  $\angle B = \angle C$ 이므로  $\overline{AB} = \overline{AC} = 12$  (cm)이다. 따라서  $x = 12$ 이다.

3. 증명이 필요한 이유에 대해 자신의 생각을 적어보시오.

증명은 어떤 성질이 옳다는 것을 수학적으로 주장할 때 필요하다.

예를 들어 내가 만든 이등변삼각형뿐만 아니라 모든 이등변삼각형이 갖는 성질이 옳음을 누구나 수긍하도록 수학적 근거를 들어 설명하기 위해 증명이 필요하다.

4. 오늘의 배움을 되돌아보며 아래 물음에 스스로 점검해보세요.

수준	이등변삼각형의 성질을 이해하여 관련 문제를 해결했는가?	이등변삼각형이 될 조건을 알고, 관련 문제를 해결했는가?	증명이 필요한 이유를 설명할 수 있는가?
그렇다	○	○	○
보통이다			
그렇지 않다			

5. 자신의 배움 과정을 되돌아보고, 그 과정이 어떠했나요?

이등변삼각형의 성질을 증명하는데 처음 해보는 것이라 우왕좌왕했는데 친구의 설명을 듣고 정리할 수 있었다.

6. 더 알고 싶은 것은 무엇인가요?

교과서에 있는 이등변삼각형의 성질이 아닌 다른 성질은 없는지 궁금하다.

7. 자신의 성장을 위해 앞으로 더 노력할 사항은 무엇인가요?

이등변삼각형의 또 다른 성질을 찾아봐야겠다.



### 채점기준표

수준	객관성	배움 성찰 과정	성장 목표 설정
잘함	자신의 학습 수준을 객관적으로 평가하였다.	자신의 배움 과정과 더 알고 싶은 것을 구체적으로 제시하였다.	자신의 성장을 위한 구체적인 목표를 설정하였다.
보통	자신의 학습 수준을 객관적으로 평가하려고 노력하였다.	자신의 배움 과정과 더 알고 싶은 것 중 하나를 제시하였다.	자신의 성장을 위한 목표를 설정하였다.
노력 요함	자신의 학습 수준을 주관적으로 평가하였다.	자신의 배움 과정이나 더 알고 싶은 것을 제시하려고 노력하였다.	자신의 성장을 위한 목표를 설정하려고 노력하였다.

**유용한 수학, 마을의 문제 해결하다**

**공원 내 반려동물 배변 봉투 수거함을 설치할 지점은?**

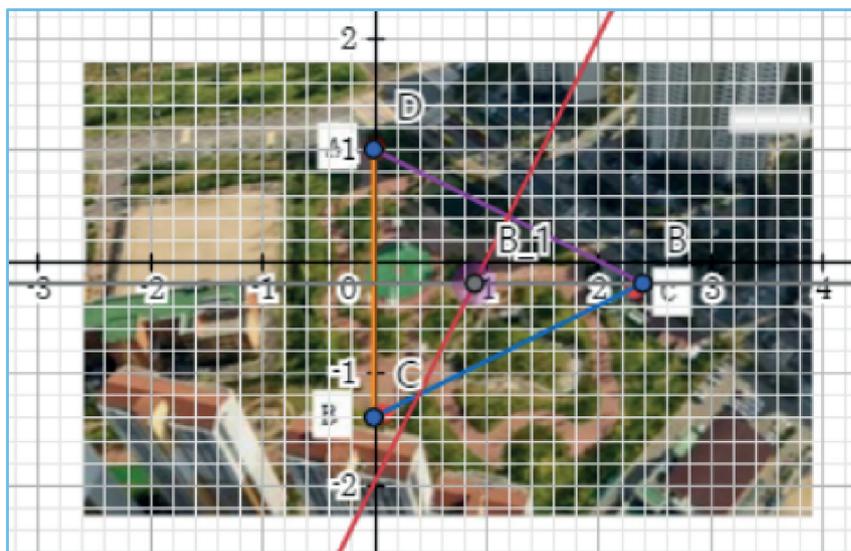
세 출입구 A, B, C에서 같은 거리에 있는 지점에 배변 봉투 수거함을 설치하려고 한다. 그 지점을 찾아 지도에 표시해보고, 그 과정을 수학적 근거를 들어 설명하시오.



-출처: [https://map.naver.com/p/entry/place/12029833?c=17.72,0,0,2,adh&p=g3\\_ZsNbDKgiZxclNOLBYcg,174,-38.49,67,Float](https://map.naver.com/p/entry/place/12029833?c=17.72,0,0,2,adh&p=g3_ZsNbDKgiZxclNOLBYcg,174,-38.49,67,Float)

**<수학으로 해결하는 과정 설명하기>**

세 지점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 외심을 찾는다.  
 왜냐하면 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점까지의 거리는 같기 때문이다.  
 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점과 같으므로 이를 찾으면 된다.  
 공학 도구를 이용하여 탐색한 결과는 다음과 같다. 즉 배변 봉투 수거함의 위치는 B1이다.  
 (작성 예시)




**채점기준표**

배점	채점요소
1점	삼각형의 외심을 찾아야 함을 제시한 경우
3점	삼각형의 외심을 찾아야 하는 이유를 외심의 성질을 이용하여 제시한 경우
3점	삼각형의 외심을 찾는 방법을 설명한 경우
2점	실제 컴퍼스나 공학 도구, 종이접기를 이용하여 외심의 위치를 찾는 과정을 포함한 경우
1점	삼각형의 외심의 위치를 지도에 표시한 경우

**포트폴리오 학생의 성장 정보 모니터링하기**
 [참고] 학생 수준의 진보 단계 확인 자료 예시

수업 날짜	평가내용	정당화 활동			정당화1			정당화2			정당화3			비고 (피드백)
		3	2	1	3	2	1	3	2	1				
0월 0일	삼각형의 외심의 성질 탐구하고 정 당화하기	3	2	1	3	2	1	3	2	1				


**채점기준표**

기준	수준	잘함	보통	노력 요함
포트폴리오 완성도		기재 사항 목록을 완벽하게 채웠다.	기재 사항 목록을 대부분 채웠다.	기재 사항 목록을 거의 채우지 못했다.
평가과제 완성도		포트폴리오에 있어야 하는 모든 과제를 완수하여 포함시켰다.	포트폴리오에 있어야 하는 대부분의 과제를 완수하여 포함시켰다.	포트폴리오에 있어야 하는 과제물 일부를 완수하여 포함시켰다.

진보 정도	정당화 단계 중 한 단계 이상 진보하거나 증명하기 단계에서 논리적 엄밀성이 향상되었다.	교사나 친구의 도움을 받아 정당화 단계 중 한 단계 이상 진보하거나 증명하기 단계에서 논리적 엄밀성이 향상되었다.	진보 정도가 관찰되지 않았다.
의사소통	친구의 생각을 듣고 타당하지 검토하고 자신의 생각을 논리적으로 설명하였다.	친구와 생각을 나누고 검토하는 활동에 참여하였다.	친구와 생각을 나누고 검토하는 활동에 때때로 참여하였다.
성찰	자신의 배움 과정을 성찰하는 시간을 가졌다.	자신의 배움 과정을 성찰하는 시간을 일부 가졌다.	자신의 배움 과정을 성찰하지 않았다.
성장 노력	개인의 성장 목표를 설정하고 그것을 실행한 증거 자료를 보였다.	개인의 성장 목표를 설정하고 그것을 실행하려 노력한 증거 자료를 보였다.	개인의 성장 목표를 설정하였다.



### 피드백 & 기록

수준	학생 피드백 방안
3	구체물, 공학 도구, 추측 등 다양한 방법으로 삼각형의 외심의 성질을 탐구하고 수학적 근거를 들어 정당화할 수 있습니다. 삼각형의 외심의 성질을 활용하여 배변 봉투 수거함의 위치를 선정하고 설명할 수 있습니다.
2	구체물, 공학 도구, 추측 등 다양한 방법으로 삼각형의 외심의 성질을 탐구하고 추측할 수 있습니다. 문제에 주어진 사실을 알고 있으나 그것을 근거로 하여 추측한 삼각형의 외심의 성질을 정당화할 필요가 있습니다.
1	구체물을 이용하여 실험하고 관찰한 삼각형의 외심의 성질을 찾을 수 있습니다. 이를 일반화하여 일반적인 삼각형의 외심의 성질을 추론하는 연습을 해보도록 합니다. 또한 문제에 주어진 사실과 추측한 사실을 구분하는 연습을 할 필요가 있습니다.

수준	결과 기록
3	삼각형의 외심의 성질을 탐구하고 정당화하는 활동에서 공학 도구를 활용하여 삼각형의 외심의 다양한 성질을 탐구하고 정당화하는 추론 능력이 우수하고, 삼각형의 외심의 성질을 활용하여 배변 봉투 수거함의 위치를 선정하고 설명하는 등 문제해결 능력이 뛰어납니다.
2	삼각형의 외심의 성질을 탐구하고 정당화하는 활동에서 공학 도구를 활용하여 교과서에 제시된 삼각형의 외심의 성질을 탐구하고, 삼각형의 외심의 성질을 활용하여 배변 봉투 수거함의 위치를 선정하였으나 다양한 외심의 성질을 탐구하고, 문제해결 과정을 논리적으로 설명하려는 노력이 필요합니다.
1	삼각형의 외심의 성질을 탐구하고 정당화하는 활동에서 공학 도구를 활용하여 교과서에 제시된 삼각형의 외심의 성질을 탐구하고, 배변 봉투 수거함의 위치를 선정하였으나 외심의 성질을 정당화하기 위해 문제에 주어진 사실과 추측한 것을 구분하는 것이 먼저 필요합니다.

## 수업 설계 예시B에서 2022 개정 중학교 수학과 교육과정 내용의 적용 목록

- [1] <성취기준 해설> [9수03-09] 종이접기, 작도, 공학 도구 등을 이용하여 이등변삼각형의 성질을 추측하게 하고, 그 성질을 삼각형의 합동 조건을 이용하여 정당화할 수 있게 한다. 이때, 증명이라는 용어를 도입하고, 그 필요성을 인식하게 한다.
- [2] <성취기준 해설> [9수03-11] 사각형의 성질은 대각선에 관한 성질을 위주로 다룬다. 여러 가지 사각형의 성질을 통해 사각형 사이의 관계를 설명하게 한다.
- [3] <성취기준 적용 시 고려 사항> 다양한 교구나 공학 도구를 이용하여 도형을 그리거나 만들어 보는 활동을 통해 도형의 성질을 추론하고 토론할 수 있게 한다.
- [4] <성취기준 적용 시 고려 사항> 도형의 성질을 이해하고 정당화하는 방법은 관찰이나 실험을 통한 확인, 사례나 근거 제시를 통한 설명, 유사성에 근거한 추론, 증명 등이 있으며, 이를 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.
- [5] <성취기준 적용 시 고려 사항> 도형의 성질을 정당화하는 다양한 방법을 통해 체계적으로 사고하고 타인을 논리적으로 설득하는 태도를 갖게 한다.
- [6] <성취기준 적용 시 고려 사항> 증명을 할 때, '가정', '결론' 용어는 다루지 않는다.
- [7] <성취기준 적용 시 고려 사항> 주변의 건축물, 문화유산, 예술 작품 등에서 도형의 성질을 찾게 하여 수학에 대한 흥미와 관심을 가질 수 있게 한다.
- [8] <교수·학습의 방향> 사회적 환경, 학생의 요구, 수학 내용의 특성, 수업 방식 등에 따라 온라인을 활용한 교수·학습을 운영할 수 있다.
- [9] <교수·학습 방법> 탐구 학습은 학생이 중심이 되어 수학의 개념, 원리, 법칙을 발견하고 구성하는 교수·학습 방안으로, 학생 스스로 자료와 정보로부터 지식을 도출하거나 지식의 타당성을 확인하는 것이 중요함을 알게 할 수 있다.
- [10] <교수·학습 방법> 학생의 수학 학습 과정과 결과를 점검하여 학생의 성장 발전을 지원하고, 이때 온라인 학습 관리 시스템을 활용할 수 있다.
- [11] <평가 방법> 문제해결 역량의 평가는 수학의 개념, 원리, 법칙을 문제 상황에 적절히 활용하는지, 주어진 조건과 정보를 분석하고 적절한 해결 전략을 탐색하여 해결하는지, 문제해결 과정을 돌아보며 절차에 따라 타당하게 결과를 얻어내고 이를 반성하는지, 적극적으로 자신감 있게 문제해결에 참여하는지, 적절한 방법을 찾기 위해 끈기 있게 도전하는지 등을 고려한다.
- [12] <평가 방법> 지필평가는 수학 내용 체계의 지식·이해, 과정·기능을 평가하는 데 활용할 수 있고, 선택형, 단답형, 서·논술형 등의 다양한 문항 유형을 사용할 수 있다.
- [13] <평가 방법> 포트폴리오 평가는 학생의 성장에 대한 정보를 얻기 위해 수학 학습 수행과 그 결과물을 일정 기간 수집하여 평가하는 방안으로, 수학 교과 역량의 발달을 종합적으로 평가할 때 활용할 수 있다.
- [14] <평가 방법> 자기 평가는 학생 스스로 자신의 학습 과정과 결과를 평가하는 방안으로, 수학 내용의 이해와 수행 과정, 문제해결과 추론 과정의 반성, 자신의 생각 표현, 수학 내용 체계의 가치·태도 등을 평가할 때 활용할 수 있다.
- [15] <평가 방법> 성취기준의 도달 여부를 판단하는 데 교구나 공학 도구의 사용이 효과적인 경우 이를 활용한 평가를 실시할 수 있다.
- [16] <평가 방법> 교구나 공학 도구를 활용하여 평가할 때는 교구나 공학 도구의 기능 및 조작이 아닌 수학 내용의 탐구 과정을 평가한다.

# MEMO



A series of horizontal blue dotted lines for writing, spanning the width of the page.



### Ⅲ. 수업 설계 예시\*<sup>C</sup>

## 실생활 맥락 통계 프로젝트 학습 및 수행과제 개발

---

\* 활용가이드 총론 제2부에 제시된 “실생활 맥락을 반영한 수행과제에 기반한 수업 설계”를 중학교 수학과 수업에 적용할 수 있도록 수정 보완하여 작성한 수업 설계 예시 자료임



## 실생활 맥락 통계 프로젝트 학습 및 수행과제 개발

### 1

### 수업 설계에 대한 개관

국가 수준 교육과정은 교수·학습 과정에서 삶과 연계한 깊이 있는 학습을 지속적으로 강조하여 왔으며, 2022 개정 교육과정에서는 학생의 삶과 연계한 실생활 맥락 속에서 학습 내용을 습득, 이해하고 적용하는 기회를 충분히 제공하여 학교에서의 학습이 학생의 삶에 의미 있는 학습경험이 되기를 기대하고 있다.

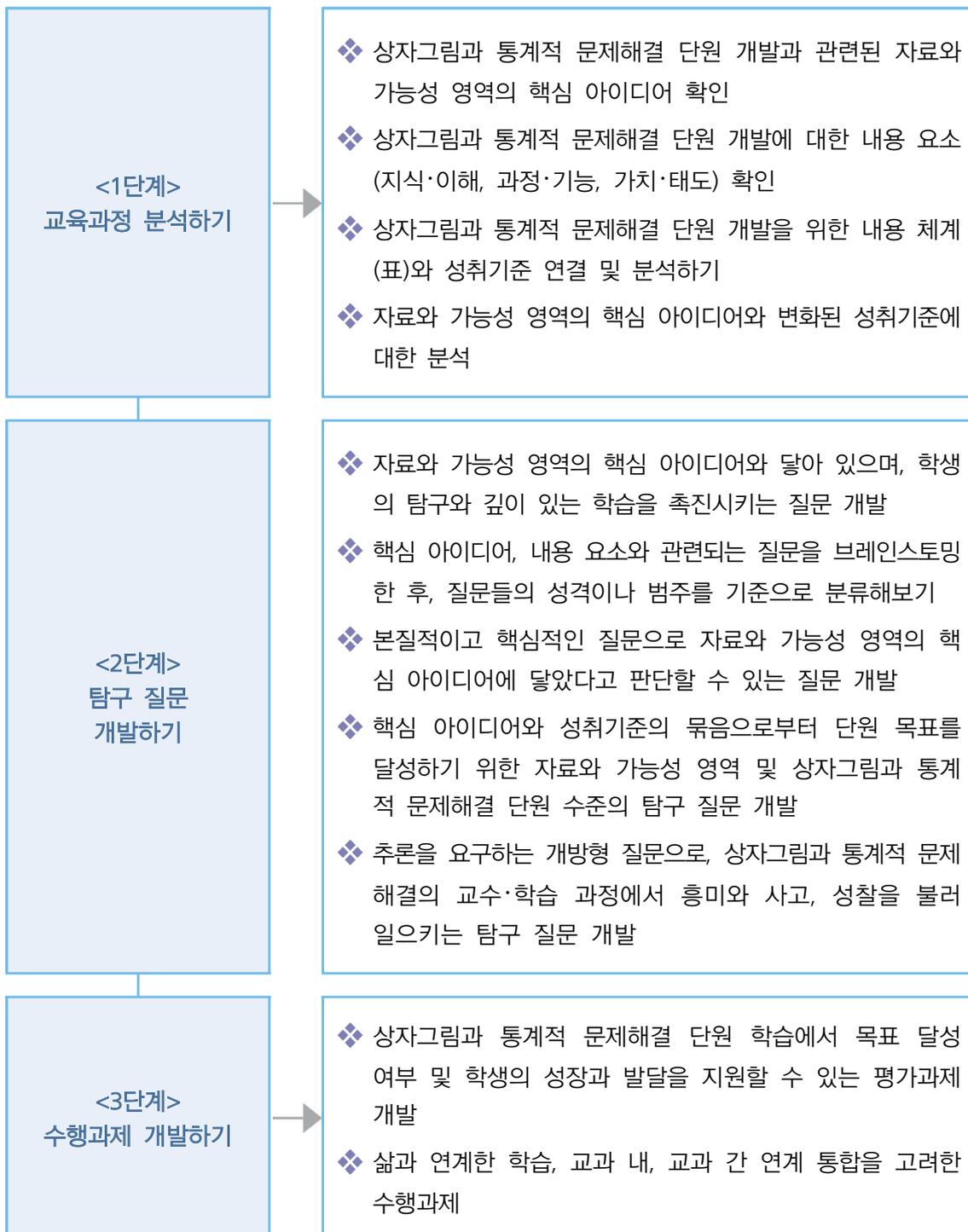
이러한 관점에서 수업 설계 C는 “통계를 실생활 맥락과 연계시킨다는 것은 무엇인가? 프로젝트 학습의 과정에서 실생활 맥락을 어떻게 활용할 때 학생들에게 의미 있는 학습경험이 될 수 있을까?”라는 고민에서 출발한 설계이다.

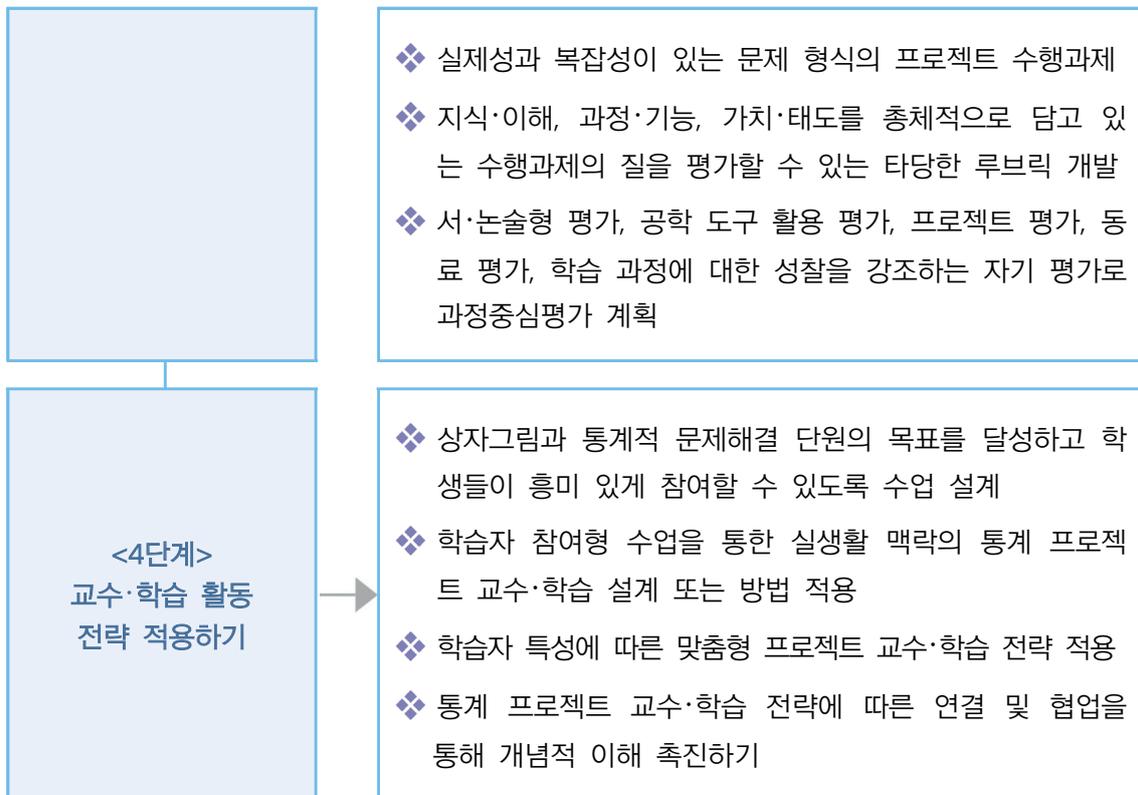
수업 설계 C는 학생들이 실생활 맥락 속에서 학습한다는 것을 차시별로 주어진 단편적인 문제 상황 속에서 통계 내용을 분절적으로 습득하는 것이 아니라 상자그림과 통계적 문제해결 단원의 전반을 관통하는 수행과제를 통해 각 차시 학습이 서로 연결되어 통합적으로 이루어질 때 가능하다고 본다.

수업 설계 C는 교육과정 분석하기 → 탐구 질문 개발하기 → 수행과제 개발하기 → 교수·학습 활동 전략 적용하기의 4단계로 구성되어 있다. 특히 ‘사분위수와 상자그림’, ‘공학 도구 이용 두 집단의 분포 비교’, ‘스마트폰 사용 조사 및 캠페인 활동’의 세 가지 수행과제에서 삶과 연계한 학습이 가능하도록 실제성과 복잡성이 있는 문제 형식의 프로젝트 과제를 개발하는 것이 설계의 특징이다. 각 단계에서는 교육과정 성취기준을 중심으로 상자그림과 통계적 문제해결 단원에서 이루어지는 수업 설계의 사례, 통계의 내용 요소를 실생활과 연계시켜 개발한 수행과제와 루브릭 등의 사례들이 제시되어 있다.

## 2

### 개발 단계





### 3

## 실생활 맥락 통계 프로젝트 학습 및 수행과제 개발

### 단원계획

#### 1단계 교육과정 분석하기

영역		자료와 가능성
관련 교육과정 핵심 아이디어		<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자료를 수집, 정리, 해석하는 통계는 자료의 특징을 파악하고 두 집단을 비교하며 자료의 관계를 탐구하는 데 활용된다.</li> <li>● 자료를 이용하여 통계적 문제해결 과정을 실천하고 생활 속의 가능성을 탐구하는 것은 미래를 예측하고 합리적인 의사 결정을 하는 데 기반이 된다.</li> </ul>
내용요소	지식·이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 상자그림</li> </ul>
	과정·기능	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 통계적 탐구 문제 설정하기</li> <li>● 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하고 분석하기</li> <li>● 자료를 표, 그래프로 나타내고 해석하기</li> <li>● 자료의 분포를 비교하고 설명하기</li> </ul>
	가치·태도	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 상자그림의 유용성 인식</li> <li>● 자신의 삶과 연계된 확률과 통계에 대한 흥미와 관심</li> <li>● 통계적 문제해결 과정에 주도적으로 참여하는 태도</li> </ul>
성취기준		<p>[9수04-08] 공학 도구를 이용하여 자료를 상자그림으로 나타내고 분포를 비교할 수 있다.</p> <p>[9수04-04] 통계적 탐구 문제를 설정하고, 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하여 분석하고, 그 결과를 해석할 수 있다.</p>
성취기준 해설		<p>[9수04-08] 상자그림을 다룰 때는 두 집단의 분포를 비교하고 해석하는 활동에 중점을 두고, 이를 통해 상자그림의 유용성을 인식하게 한다.</p> <p>[9수04-04] 다양한 맥락에서 해결하고자 하는 통계적 탐구 문제를 설정하고 적절한 계획을 세워 자료를 수집하게 한다. 수집한 자료를 자료의 특성과 목적에 맞게 표, 그래프, 수치 등으로 나타내어 분석하고, 그 결과를 탐구 문제와 연결하여 해석하게 한다. 자료를 수집하고 분석할 때는 인터넷 검색, 웹 기반 소프트웨어, 통계 프로그램 등을 활용하게 한다. 수집한 자료나 분석 결과가 적절한지 판단하여 계획을 수정하고, 통계적 근거를 바탕으로 토론하는 등 통계적 문제해결 과정에 주도적으로 참여하게 한다.</p>

성취기준 적용 시 고려 사항	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자료를 수집하고 정리하여 표나 그래프로 나타내거나 대푯값과 산포도를 구할 때 공학 도구를 이용할 수 있게 하고, 공학 도구의 편리함과 유용성을 인식하게 한다.</li> <li>● ‘자료와 가능성’ 영역에서 환경, 지속가능한 발전 등 범교과 학습 주제를 소재로 다루고, 이를 탐구하는 과정에서 체계적으로 사고하고 합리적으로 의사 결정을 할 수 있게 한다.</li> </ul>
--------------------	---

## 가 성취기준 분석

### ☑ 2015와 2022의 수학과 교육과정 성취기준 비교

2015 개정 교육과정	2022 개정 교육과정
-	[9수04-08] 공학 도구를 이용하여 자료를 상자그림으로 나타내고 분포를 비교할 수 있다. (신설)
[9수05-03] 공학적 도구를 이용하여 실생활과 관련된 자료를 수집하고 <b>표나 그래프로 정리하고</b> 해석할 수 있다.	[9수04-04] <b>통계적 탐구 문제를 설정하고</b> , 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하여 <b>분석하고</b> , 그 결과를 해석할 수 있다.

2022 개정 중학교 수학과 교육과정에서 자료와 가능성 영역은 중학교 1학년에서는 일변량 자료의 정리와 해석을 주로 다루고, 중학교 3학년에서는 두 집단 비교와 이변량 자료에서의 관계를 다루는 것으로 내용을 재구성하였다. 특히, 자료 중심의 통계 교육과정을 구현하기 위해 중학교 3학년에 상자그림 관련 성취기준 [9수04-08]을 신설하였다. 성취기준 [9수04-08]은 상자그림이 처음 도입되는 시점에서 학습량 적정화가 이루어질 수 있도록 성취기준 해설에서 ‘두 집단’의 분포를 비교하는 것으로 제한하고 있다. 또한 상자그림을 직접 그리려면 최솟값, 최댓값, 사분위수를 계산해야 하는데, 이 성취기준은 상자그림을 통해 두 집단을 비교하고 해석하는 데 중점을 두고 있으므로, 상자그림으로 나타낼 때는 공학 도구의 이용을 적극 권장하고 있다.

2022 개정 중학교 수학과 교육과정에서는 통계적 소양 강화를 위해 통계적 문제해결 과정(statistical problem-solving process)과 관련된 성취기준을 진술하였다. 성취기준 [9수04-04]는 선행연구(Bargagliotti et al., 2020)에 기반하여 2015 개정 수학과 교육과정의 성취기준 [9수05-03]에서 ‘통계적 탐구 문제 설정’ 단계를 추가하였고, 표, 그래프, 수치 등으로 정리하는 과정을 ‘자료 분석’ 단계로 수정하였다. 통계적 탐구 문제 설정, 자료 수집, 자료 분석, 결과 해석이라는 일련의 통계적 문

제해결 과정은 자료와 가능성 영역의 본질 또는 가치를 보여주며, 학생들이 핵심 아이디어를 향한 깊이 있는 통계 학습을 추구하게 한다.

**☑ 내용 체계(표)의 범주 및 내용 요소와 성취기준과의 연계 분석**

범주	내용 요소	성취기준
지식·이해	● 상자그림	[9수04-08] 공학 도구를 이용하여 자료를 상자그림으로 나타내고 분포를 비교할 수 있다.
과정·기능	● 자료의 분포를 비교하고 설명하기	
가치·태도	● 상자그림의 유용성 인식	
과정·기능	● 통계적 탐구 문제 설정하기 ● 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하고 분석하기 ● 자료를 표, 그래프로 나타내고 해석하기	[9수04-04] 통계적 탐구 문제를 설정하고, 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하여 분석하고, 그 결과를 해석할 수 있다.
가치·태도	● 자신의 삶과 연계된 통계에 대한 흥미와 관심 ● 통계적 문제해결 과정에 주도적으로 참여하는 태도	

내용 체계(표)의 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도는 성취기준 개발의 근거가 된다. 성취기준 [9수04-08]에서 내용 체계(표)의 지식·이해 범주인 '상자그림'과, 과정·기능 범주의 '자료의 분포를 비교하고 설명하기' 내용 요소는 성취기준에서 '자료를 상자그림으로 나타내고', '분포를 비교할 수 있다'로 구체화 되었다. 또한 [9수04-08]의 성취기준 해설에 제시된 '상자그림의 유용성을 인식'은 가치·태도 범주의 '상자그림의 유용성 인식'과 연결된다고 볼 수 있다.

성취기준 [9수04-04]는 내용 체계(표)의 과정·기능 범주인 '통계적 탐구 문제 설정하기', '공학 도구를 이용하여 자료를 수집하고 분석하기', '자료를 표, 그래프로 나타내고 해석하기'의 세 가지 내용 요소가 결합되어 진술된 것이다. 성취기준 [9수04-04]에는 나타나 있지 않지만, 통계적 문제해결 과정의 지식·이해 범주에는 자료와 가능성 영역에서 다루어지는 모든 표, 그래프, 수치가 해당될 수 있다. 또한 [9수04-04]의 성취기준 해설에 제시된 '통계적 문제해결 과정에 주도적으로 참여'는 가치·태도 범주의 '통계적 문제해결 과정에 주도적으로 참여하는 태도'와 연결되며, 성취기준 적용 시 고려 사항에 제시된 '환경, 지속가능한 발전 등 범교과 학습 주제를 소재로 다루고'는 가치·태도 범주의 '자신의 삶과 연계된 확률과 통계에 대한 흥미와 관심'과 연결하여 이해할 수 있다. 성취기준 [9수04-04]는 중학교 1학년의 성취기준이지만 중학교 3학년의 성취기준 [9수04-08]와 연결하여 통계 프로젝트를 수행하게 할 수 있다.

## 나 교육과정 연계성 분석

### ☑ 내용 요소의 연계성 분석

자료와 가능성 영역은 통계와 확률로 구분이 되는데, 초등학교 통계에서는 주로 범주형 자료를 다루고 중학교 통계는 주로 수치형 자료를 다루는 경향이 있다. 따라서 초등학교와 중학교 통계 단원에서는 자료의 유형과 특성에 맞는 표, 그래프, 수치 등을 선택하고 비판적으로 사고하는 활동이 요구된다. 또한 고등학교의 [공통수학1]에서는 경우의 수를, [확률과 통계] 과목에서는 확률분포를 바탕으로 한 통계적 추정 관련 내용을 다루고, 고등학교 [실용 통계] 과목에서는 통계적 문제해결 과정의 각 단계를 이해하고, 통계적 추정, 통계적 검정을 활용하여 실생활 문제를 해결하도록 한다. 내용 체계(표)의 지식·이해, 과정·기능 범주의 내용 요소는 초등학교, 중학교, 고등학교를 거치면서 서로 연계되고 심화된다. 지식·이해, 과정·기능 범주 관련 내용 요소를 중심으로 학교급별 교육과정 연계성을 분석한 결과는 다음과 같다.

초등학교 수학	중학교 수학	고등학교
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자료의 분류</li> <li>● 표</li> <li>● ○, ×, /를 이용한 그래프</li> <li>● 그림그래프</li> <li>● 막대그래프</li> <li>● 꺾은선그래프</li> <li>● 평균</li> <li>● 띠그래프, 원그래프</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 대푯값</li> <li>● 도수분포표와 상대도수</li> <li>● 산포도</li> <li>● 상자그림과 산점도</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 모집단과 표본</li> <li>● 자료의 종류와 수집</li> <li>● 자료의 표현과 요약</li> <li>● 통계적 추정</li> <li>● 통계적 검정</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자료를 기준에 따라 분류하고 설명하기</li> <li>● 탐구 문제를 설정하고 그에 맞는 자료를 수집하기</li> <li>● 자료를 표나 그래프로 나타내고 해석하기</li> <li>● 자료의 평균을 구하고 해석하기</li> <li>● 자료를 수집하고 정리하여 문제해결하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 적절한 대푯값을 선택하여 구하기</li> <li>● 자료를 표, 그래프로 나타내고 해석하기</li> <li>● 통계적 탐구 문제 설정하기</li> <li>● 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하고 분석하기</li> <li>● 자료의 분포를 비교하고 설명하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 통계적 전략을 선택하기</li> <li>● 자료를 그래프로 나타내기</li> <li>● 자료를 통계값으로 요약하기</li> <li>● 가설을 설정하고 검정하기</li> <li>● 적절한 공학 도구를 이용하여 통계적 탐구 수행하기</li> </ul>

### ☑ 성취기준의 연계성 분석

통계적 문제해결 과정은 통계적 탐구 문제 설정하기, 자료 수집하기, 자료 분석하기, 결과 해석하기의 네 가지 요소를 포함하는 과정으로 자료를 이용한 통계적 탐구의 기본이 된다. 통계적 문제해결 과정과 관련된 성취기준을 중심으로 교육과정 연계성을 분석한 결과는 다음과 같다.

초등학교 5~6학년	중학교 수학	고등학교 실용 통계
[6수04-03] 탐구 문제를 설정하고, 그에 맞는 자료를 수집, 정리하여 적절한 그래프로 나타내고 해석할 수 있다.	[9수04-04] 통계적 탐구 문제를 설정하고, 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하여 분석하고, 그 결과를 해석할 수 있다.	[12실통04-01] 실생활에서 통계적 탐구 과정에 따라 문제를 해결하고 합리적인 의사 결정을 할 수 있다.

초등학교 5~6학년군에서는 자료를 사용하여 관심 있는 맥락이나 상황에 관한 탐구 문제를 해결할 수 있음을 배운다. 학생들은 교실과 같은 특정한 상황에 관한 탐구 문제를 설정하고, 그에 맞는 자료를 수집, 정리하여 적절한 그래프로 나타내고 해석하는 일련의 과정을 경험하게 된다. 자료를 수집할 때는 간단한 설문조사, 실험이나 관찰, 공공 자료 활용과 같은 방법 중 탐구 목적에 적합한 것을 결정하게 한다. 또한 자료를 정리하여 그래프로 나타낼 때는 그림그래프, 막대그래프, 꺾은선 그래프, 띠그래프와 원그래프 중 적절한 그래프를 선택하게 하고, 다양한 그래프로부터 얻은 정보를 활용하게 할 수 있다.

중학교에서는 초등학교에서 학습한 통계적 개념을 기초로 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하고, 자료에 적절한 그래프 표현을 학습한다. 통계적 문제해결 과정은 계속 강조되며 심화된다. 다양한 맥락에서 해결하고자 하는 통계적 탐구 문제를 설정하고 적절한 계획을 세워 자료를 수집하게 한다. 수집한 자료나 분석 결과가 통계적 탐구 문제에 답할 수 있는지 판단하여 계획을 수정하고, 통계적 근거를 바탕으로 토론하는 등 통계적 문제해결 과정에 주도적으로 참여하게 한다.

고등학교 [실용 통계]에서는 초등학교와 중학교보다 더 깊은 수준에서 통계적 문제해결 과정을 강조한다. 통계와 통계적 문제, 자료의 수집과 정리, 자료의 분석, 통계적 탐구 과정으로 영역을 구분하여 통계적 문제해결의 각 단계의 내용을 깊이 있게 학습한다. 학생들은 표, 그래프, 수치적 요약의 적절한 자료 분석 도구를 선택하여 사용할 수 있으며, 통계적 추정과 검정에 관한 통계적 문제도 다룰 수 있게 된다. 따라서 중학교에서 통계적 문제해결 과정과 관련된 프로젝트 수업을 계획할 때는 초등학교에서 학습한 통계적 기초를 바탕으로, 고등학교의 통계적 소양이 함양되도록 점진적으로 수업을 설계할 필요가 있다.

## 다 단원의 핵심 아이디어 설정

### ☑ '자료와 가능성' 영역의 핵심 아이디어

- 자료를 수집, 정리, 해석하는 통계는 자료의 특징을 파악하고 두 집단을 비교하며 자료의 관계를 탐구하는 데 활용된다.
- 자료를 이용하여 통계적 문제해결 과정을 실천하고 생활 속의 가능성을 탐구하는 것은 미래를 예측하고 합리적인 의사 결정을 하는 데 기반이 된다.

### ☑ '상자그림과 통계적 문제해결' 단원의 핵심 아이디어 설정 이유

핵심 아이디어는 영역을 아우르면서 해당 영역의 학습을 통해 일반화할 수 있는 내용을 핵심적으로 진술한 것으로, 해당 영역 학습의 초점을 부여하여 깊이 있는 학습을 가능하게 하는 토대가 된다. 하지만 교육과정에 제시된 자료와 가능성 영역의 핵심 아이디어는 해당 단원의 세부 사항을 넘어서는 범위가 크고 장기적인 이해를 반영하고 있다. 따라서 학생들이 '상자그림과 통계적 문제해결' 단원 내에서 학습하기를 바라는 특정한 내용에 초점을 맞춘 단원 수준에 적합한 핵심 아이디어를 재진술할 필요가 있다.

### ☑ 단원의 핵심 아이디어

- 상자그림은 자료를 네 부분으로 나눈 값을 이용하여 분포를 나타낸 그래프이다.
- 상자그림의 다섯수치요약\*과 상자의 길이\*\*를 살펴보는 것은 두 집단의 분포를 비교하는 데 도움이 된다.
- 통계적 탐구 문제에 맞는 자료를 수집하여 분석하고 그 결과를 해석하는 통계적 문제해결 과정은 합리적 의사 결정의 기반이 된다.

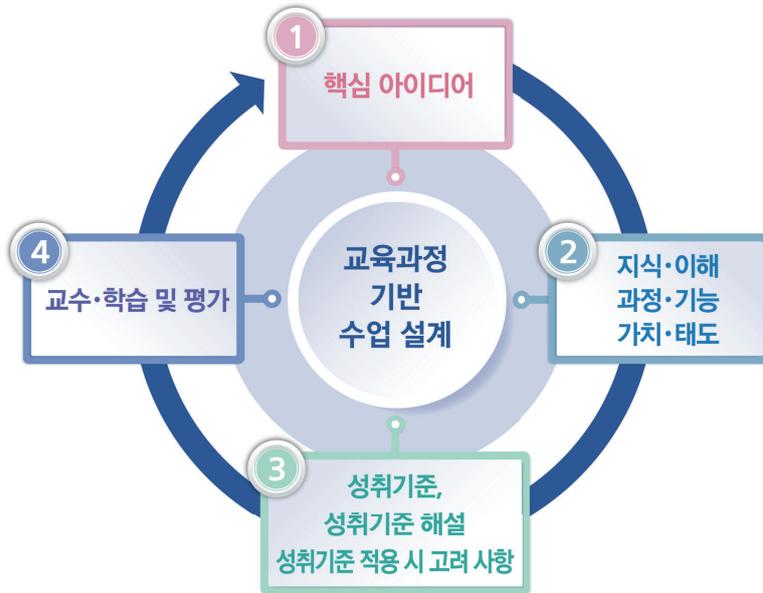
## 라 교육과정 기반 수업 설계 방향

수학 수업을 계획할 때는 먼저 내용 체계(표)의 '핵심 아이디어'를 통해 영역 전체를 아우르거나 관통하는 관점을 파악한다. 다음으로 내용 체계(표)의 '지식·이해, 과정·기능, 가치·태도'를 확인하여 중점을 두어야 하는 내용을 확인한다. 이어서 '성취기준, 성취기준 해설, 성취기준 적용 시 고려 사항', '교수·학습 및 평가'를 확인하여 세부적

\* 최솟값, 제1사분위수, 중앙값, 제3사분위수, 최댓값의 다섯 개의 수치로 전체 자료를 요약하여 자료의 특성을 파악하는 것을 말한다.

\*\* '상자의 길이'를 나타내는 (제3사분위수-제1사분위수)의 값을 사분위수범위라 하고, 사분위수범위에 포함된 자료의 비율은 전체의 50%이다.

인 수업 내용과 방법을 구체화한다. 수업 계획이 성취기준 학습에만 그치지 않고 여러 성취기준을 아우르거나 관통하는 핵심 아이디어를 구성하는 데에 기여하는지 점검하여 보완해야 한다.



자료를 수집, 정리, 해석하는 통계는 자료의 특징을 파악하고 두 집단을 비교하며 자료의 관계를 탐구하는 데 활용된다. 또한, 자료를 이용하여 통계적 문제해결 과정을 실천하고 생활 속의 가능성을 탐구하는 것은 미래를 예측하고 합리적인 의사 결정을 하는 데 기반이 된다. 따라서 상자그림과 통계적 문제해결 단원에서는 실생활 맥락에서 자연스럽게 통계적 문제해결 과정을 경험하게 하고, 자료의 특성과 목적에 맞게 상자그림과 통계적 문제해결을 도입하여 그 유용성을 학습하도록 하는 것이 필요하다. 더불어 이 단원은 실생활 맥락의 통계적 문제해결 프로젝트 수행과정에서 표, 그래프, 대푯값, 상자그림 등 통계 개념을 학습하는 것이 특징이다. 따라서 교수자는 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 내용 요소를 확인하여 통계적 문제해결 과정의 각 단계를 의미있게 경험하게 하고, 상자그림을 비롯한 통계의 내용과 과정 요소에 적합한 통계적 소양을 함양할 수 있도록 해야 한다.

이를 위해 성취기준, 성취기준 해설, 성취기준 적용 시 고려 사항, 교수·학습 및 평가를 확인하여 삶과 연계한 실제성과 복잡성이 있는 수행과제를 개발하고 모둠별 협력 프로젝트 수업을 구체화한다. 실생활 맥락의 통계 프로젝트 수업이 성취기준 학습에만 그치지 않고 2022 개정 수학과 교육과정의 교과 역량인 문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리 역량을 함양할 수 있는지, 통계적 근거를 바탕으로 비판적으로 사고하고 합리적으로 의사 결정을 하는 태도를 기를 수 있는지 점검하여 보완한다.

## 〔 2단계 〕 탐구 질문 개발하기

탐구 질문	<b>영역 수준</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 실생활 자료를 다루는 과정에서 통계는 어떻게 활용되는가?</li> <li>● 통계를 이용한 문제해결은 우리 삶에 어떤 도움을 주는가?</li> </ul>
	<b>단원 수준</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 사분위수는 자료를 어떻게 요약하는가?</li> <li>● 상자그림으로 자료의 특성을 어떻게 파악하는가?</li> <li>● 상자그림으로 두 집단의 분포를 어떻게 비교하는가?</li> <li>● 통계적 탐구 문제는 어떻게 설정하는가?</li> <li>● 공학 도구는 통계적 문제해결 과정에 어떤 도움을 주는가?</li> <li>● 표, 그래프, 수치 등을 이용한 자료의 분석은 합리적인 의사 결정에 어떤 영향을 미치는가?</li> </ul>

탐구 질문은 단원의 목표인 핵심 아이디어와 닿아 있으며, 학생들의 탐구를 촉진시키는 질문으로 개발해야 한다. 탐구 질문을 개발할 때는 핵심 아이디어, 내용 요소와 관련되는 질문을 브레인스토밍한 후, 질문들의 성격이나 범주를 기준으로 분류해보는 과정이 필요하다. 그 후, 단원의 목표와 관련하여 기초, 기본적인 질문이 아니라 본질적이고 핵심적인 질문을 선정한다. 마지막으로 학생들이 어떤 질문에 최종적으로 답을 할 수 있으면 단원의 핵심 아이디어에 닿았다고 판단할 수 있는지 점검한 후 탐구 질문으로 확정한다.

핵심 아이디어와 성취기준의 묶음으로부터 단원 목표를 달성하기 위해 탐구 질문은 영역 및 단원 수준으로 구분하여 제시하였다. 영역 수준의 탐구 질문은 핵심 아이디어를 지속적으로 탐구해야 하는 질문으로, 학생들이 최종적으로 답을 할 수 있으면 자료와 가능성 영역의 핵심 아이디어에 닿았다고 판단할 수 있는 개방형 질문으로 개발하였다. 또한 단원 수준의 탐구 질문은 영역 수준의 탐구 질문의 하위 질문으로 단원을 관통하며 성취기준 수준에서 학습하는 모든 내용과 활동의 초점을 제공하는 질문으로, 상자그림과 통계적 문제해결 단원의 교수·학습 과정에서 흥미와 사고, 성찰을 불러일으키는 질문으로 개발하였다.

## 3단계 수행과제 개발하기

### 단원평가계획

	수행과제명	평가 방법
[수행과제1]	사분위수와 상자그림	서·논술형 평가
[수행과제2]	공학 도구 이용 두 집단의 분포 비교	공학 도구 활용 평가
[수행과제3]	스마트폰 사용 조사 및 캠페인 활동	프로젝트 평가, 동료 평가, 자기 평가

‘상자그림과 통계적 문제해결’ 단원의 수업과 연결하여 과정을 중시하는 평가를 실시하기 위해 성취기준을 중심으로 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도 범주를 평가 요소로 구체화하고, 교수·학습과 연결하여 수행과제와 루브릭을 개발하였다.

### 수행과제1 사분위수와 상자그림

#### 가 수행과제 개발

수행과제는 평가과제의 성격을 가지고 있으며 학생들이 특정한 맥락에서 배운 것을 적용하여 문제를 해결할 수 있는 과제로 개발해야 한다. 이러한 수행과제는 실생활과 관련되고 문제해결 과정과 결과를 모두 보여줄 수 있으며 전체적인 맥락 속에서 해결할 수 있는 과제의 형태를 의미한다. 따라서 수행과제를 개발할 때는 먼저, 학생들이 ‘상자그림과 통계적 문제해결’ 단원의 핵심 아이디어를 구성했다는 것을 어떻게 평가할지 생각해보아야 한다. 동시에 ‘학생들이 단원을 학습하면 실생활에서 무엇을 할 수 있어야 하는가?’, ‘어떤 상황에서 배운 것을 적용할 수 있는가?’에 대해 자문해보고 학생들의 삶과 관련되는 수행의 장면을 선정해야 한다. 그 후, 학생들이 해결해야 하는 문제 상황을 복잡하게 구성하는 과정이 필요하다.

이 단원에서는 ‘상자그림은 자료를 네 부분으로 나눈 값을 이용하여 분포를 나타낸 그래프이다.’, ‘상자그림의 다섯수치요약과 상자의 길이를 살펴보는 것은 두 집단의 분포를 비교하는 데 도움이 된다.’, ‘통계적 탐구 문제에 맞는 자료를 수집하여 분석하고 그 결과를 해석하는 통계적 문제해결 과정은 합리적 의사결정의 기반이 된다.’는 핵심 아이디어의 구성 여부를 판단하기 위한 수행과제를 개발해야 한다. 첫 번째로, ‘상자그림은 자료를 네 부분으로 나눈 값을 이용하여 분포를 나타낸 그래프이다.’와 관련



3. 공학 도구를 이용하여 주어진 자료를 상자그림으로 나타내고, 손으로 그릴 때보다 공학 도구를 이용할 때 편리한 점을 서술하시오.

4. 위의 2번 또는 3번에서 완성한 상자그림을 보고, 이 학교의 급식 잔반량의 분포의 특징을 설명하시오.

#### 나 채점기준표 및 루브릭 개발

번호	평가 요소	점수	채점기준
1	사분위수 구하기 <b>지식·이해</b>	3점	주어진 자료를 크기 순서대로 정렬한 다음, 중앙값, 제1사분위수, 제3사분위수를 정확히 계산함.
		2점	주어진 자료를 크기 순서대로 정렬한 다음 중앙값을 정확히 계산하였으나 제1사분위수 또는 제3사분위수를 구하는 과정에서 일부 오류를 보임.
		1점	주어진 자료를 크기 순서대로 정렬하려고 시도하였으나 결과에 오류가 포함됨.
2	상자그림으로 나타내기 <b>과정·기능</b>	3점	수직선 위에 눈금을 적절히 표시한 다음 자료의 다섯수치 요약을 이용하여 상자그림을 바르게 나타냄. 변수명과 측정 단위를 수직선에 정확히 표시함.
		2점	수직선 위에 눈금을 적절히 표시한 다음 자료의 다섯수치 요약을 이용하여 상자그림을 바르게 나타냄.
		1점	상자그림으로 바르게 나타내지 못함.

3	공학 도구를 이용하여 상자그림으로 나타내기 <b>과정기능</b>	3점	공학 도구의 편리함을 인식하며 공학 도구를 이용하여 주어진 자료를 상자그림으로 바르게 나타냄.
		2점	공학 도구를 이용하여 주어진 자료를 상자그림으로 바르게 나타냄.
		1점	공학 도구를 이용하여 주어진 자료를 상자그림으로 나타내는 과정에서 실수나 오류가 발견됨.
4	분포 해석하기 <b>과정기능</b>	3점	자료의 전반적인 분포 모양을 기술하고, 자료의 중심과 퍼짐에 대해 설명함.
		2점	자료의 중심, 퍼짐, 분포의 모양 중 2가지 요소에 대해 설명함.
		1점	자료의 중심, 퍼짐, 분포의 모양 중 1가지 요소에 대해 설명함.

### ㉒ 모범 답안

〈1번 문제〉

• **정답** 중앙값=210(kg), 제1사분위수=190(kg), 제3사분위수=250(kg)

• **풀이** 주어진 잔반량 자료를 크기 순서에 따라 정렬하면 다음 (1)과 같다.

170 170 185 195 200 205 215 245 250 250 265 275 … (1)

자료의 개수가 모두 12개이므로 중앙값은 자료 (1)의 6번째와 7번째 값의 평균이므로

$$\frac{205+215}{2} = \frac{420}{2} = 210(\text{kg})$$

이다. 이제 제1사분위수와 제3사분위수를 구해보자.

먼저, 제1사분위수는 중앙값보다 작은 자료의 중앙값이므로 자료 (2)의 3번째와 4번째 값의 평균과 같다.

170 170 185 195 200 205 | 215 245 250 250 265 275 … (2)

따라서, 제1사분위수는

$$\frac{185+195}{2} = \frac{380}{2} = 190(\text{kg})$$

이다. 또한, 제3사분위수는 중앙값보다 큰 자료의 중앙값이므로 자료 (2)의 9번째와 10번째 값의 평균이므로 250(kg)이다.

<2번 문제> • 정답 풀이 참조

• 풀이 문제 1에서 구한 사분위수를 이용하여 다섯수치요약을 정리하면 다음과 같다.

(단위: kg)

최솟값	제1사분위수	중앙값	제3사분위수	최댓값
170	190	210	250	275

이를 상자그림으로 나타내면 다음 그림과 같다.



<3번 문제> • 정답 풀이 참조

• 풀이 다음은 통그라미를 활용하여 주어진 자료를 상자그림으로 나타내는 과정을 보여준다.

<p>① 주어진 자료를 자료창에 입력한다.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>V1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>250</td></tr> <tr><td>2</td><td>275</td></tr> <tr><td>3</td><td>195</td></tr> <tr><td>4</td><td>170</td></tr> <tr><td>5</td><td>205</td></tr> <tr><td>6</td><td>210</td></tr> <tr><td>7</td><td>200</td></tr> <tr><td>8</td><td>185</td></tr> <tr><td>9</td><td>265</td></tr> <tr><td>10</td><td>170</td></tr> <tr><td>11</td><td>250</td></tr> <tr><td>12</td><td>245</td></tr> </tbody> </table>		V1	1	250	2	275	3	195	4	170	5	205	6	210	7	200	8	185	9	265	10	170	11	250	12	245	<p>② 변수를 설정한다.</p>
	V1																										
1	250																										
2	275																										
3	195																										
4	170																										
5	205																										
6	210																										
7	200																										
8	185																										
9	265																										
10	170																										
11	250																										
12	245																										
<p>③  을 누른 다음, 'V1: 잔반량' 변수를 분석 변수에 끌어놓는다.</p>	<p>④ 상자그림을 완성한다.</p>																										

공학 도구를 이용하면 사분위수를 쉽게 구할 수 있고, 상자그림도 빠르고 정확하게 그릴 수 있다. 자료의 개수가 많을 때에도 손쉽게 상자그림을 그릴 수 있기 때문에 자료를 분석할 때 공학 도구를 이용하면 그래프를 그릴 때 걸리는 시간과 노력을 줄일 수 있어 편리하다.

〈4번 문제〉 • 정답 풀이 참조

• 풀이

이 학교에서 하루에 배출되는 급식 잔반량의 전체적인 분포의 모양은 비대칭적이다. 자료의 중앙값은 210kg이고, 급식 잔반량의 가운데 50%의 자료가 190kg와 250kg 사이에 포함되며, 자료의 범위는 105kg이다.

## 다 과정중심평가 계획하기

과정중심평가 계획은 단원의 학습에서 중요한 내용 요소를 평가하기 위한 계획이며, 이는 학생들의 학습을 지원해 주기 위한 성격을 지닌다. 따라서 중요한 평가 요소와 이를 평가하기 위한 평가 방안을 선정해야 한다. 특히, 학생들에게 학습 과정을 성찰할 수 있는 기회를 제공하여 학생 스스로 자신이 어떤 내용을 배우고 어떻게 문제를 해결하는지 학습의 과정을 되돌아볼 수 있도록 해야 한다.

[수행과제1]에서는 이 단원의 핵심 아이디어인 '상자그림은 자료를 네 부분으로 나누는 값을 이용하여 분포를 나타낸 그래프이다.'의 도달을 위한 중요한 평가 요소로 사분위수 구하기, 상자그림으로 나타내기, 분포 해석하기를 선정하고 이를 지필평가의 서·논술형 문항을 사용하여 평가하고자 하였다. 상자그림으로 나타낼 때는 간단한 자료를 이용하여 먼저 손으로 그려보고 그 후에 공학 도구를 이용하게 하였고, 이러한 과정에서 공학 도구의 편리함과 유용성을 인식하게 하였다.

### ☑ 과정중심평가 계획

문항 번호	범주	평가 요소	평가 방안
1	지식·이해	사분위수 구하기	서·논술형 평가
2	과정·기능	상자그림으로 나타내기	
3		공학 도구를 이용하여 상자그림으로 나타내기	
4		분포 해석하기	

[수행과제1]은 사분위수 구하기와 자료를 상자그림으로 나타내고 해석하는 수업 활동을 실시한 후에 활용하는 수행과제이자 평가과제이다. 1번 문항에서는 사분위수 구하기, 2번 문항에서는 간단한 자료를 상자그림으로 나타내기, 3번 문항에서는 공학 도구를 이용하여 상자그림으로 나타내고 공학 도구의 편리함 인식하기, 4번 문항에서는 분포를 해석하는 학생의 사고 과정을 평가하도록 하였다.

## 수행과제2 / 공학 도구 이용 두 집단의 분포 비교

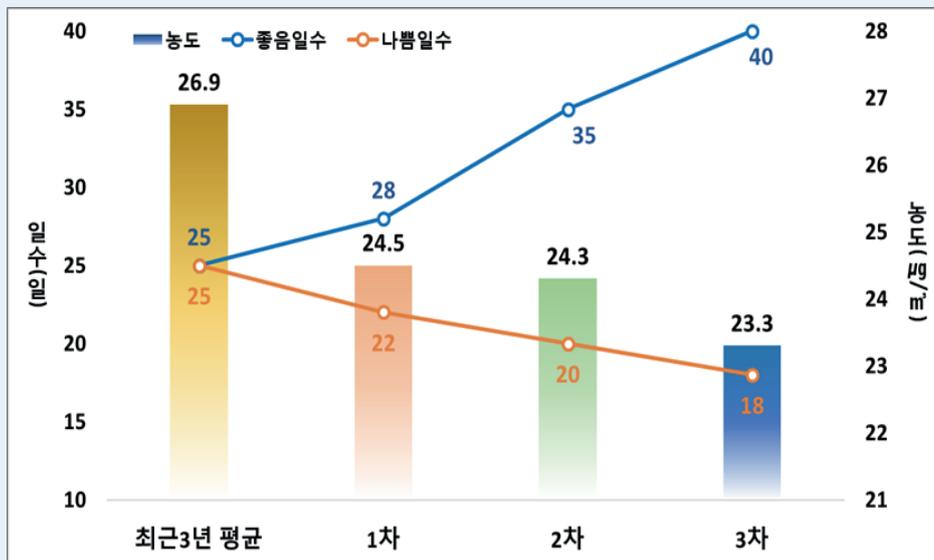
### 가 수행과제 개발

‘상자그림의 다섯수치요약과 상자의 길이를 살펴보는 것은 두 집단의 분포를 비교하는 데 도움이 된다.’와 관련된 핵심 아이디어의 구성 여부를 판단하기 위해서는 공학 도구 활용 평가 형태의 수행과제가 목적과 방법의 측면에서 타당하다. 공학 도구를 이용하여 두 집단의 분포를 비교하는 수행과제를 구체적으로 구상하기 위해서 미세먼지 계절관리제 기간에 자신이 거주하는 지역의 일평균 초미세먼지 농도의 분포를 비교하게 하였다. 탐구 문제를 해결하기 위해 ‘에어코리아’ 사이트에서 자료를 수집하였으며, 공학 도구를 이용하여 다섯수치요약 값을 구하고 상자그림으로 나타내도록 하였다. 그 후 상자그림의 다섯수치요약과 상자의 길이를 이용하여 두 집단의 분포를 비교하고 해석하게 하였다.

### ☑ 수행과제명: 공학 도구 이용 두 집단의 분포 비교

미세먼지 계절관리제는 미세먼지 저감과 국민 건강 보호를 위해 환경부에서 2019년 11월에 도입한 것으로 미세먼지 농도가 높은 12월 1일부터 이듬해 3월 말까지 4달 동안 시행하는 제도이다. 다음은 환경부에서 미세먼지 계절관리제에 대해 보도·설명한 뉴스 중 일부를 발췌한 것이다.

제3차 미세먼지 계절관리제, 초미세먼지 개선 효과 뚜렷



환경부는 지난해 2021년 12월 1일부터 올해 3월 31일까지 시행한 '제3차 미세먼지 계절관리제'를 분석한 결과, 초미세먼지(PM2.5) 개선 효과가 뚜렷하게 나타났다고 밝혔다. 제3차 계절관리제(2021.12.1.~2022.3.31.) 기간 동안 전국 초미세먼지 평균 농도는 23.3 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ 로 제1차 계절관리제(2019.12.1.~2020.3.31.) 평균 농도(24.5 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )와 비교했을 때 5%가 개선됐다. 제3차 계절관리제 기간 동안 초미세먼지 '좋음일수(15 $\mu\text{g}/\text{m}^3$  이하)'는 40일로 제1차 계절관리제 28일에 비해 12일이 늘어나며 43%가 증가했다. '나쁨일수(36 $\mu\text{g}/\text{m}^3$  이상)'는 18일을 기록하며 제1차 계절관리제 22일에 비해 4일이 줄어들어 18% 감소했다. '미세먼지 계절관리제'가 도입된 2019년 이후 제3차 계절관리제 기간 동안의 전국 초미세먼지 평균 농도는 역대 최저를 기록하고, 좋음일수와 나쁨일수도 지속적인 개선 효과를 보인 것이다.

**출처** <https://www.me.go.kr/home/web/board/read.do?menuId=10525&boardMasterId=1&boardCategoryId=39&boardId=1518070>

제1차 ~ 제3차 미세먼지 계절관리제 기간에 자신이 거주하는 지역의 일평균 초미세먼지 농도의 분포를 비교해 보자.

## 1. 자료 수집하기

가. '에어코리아(<https://www.airkorea.or.kr/web/>) > 통계정보 > 최종확정 측정자료 조회'에서 지역명 검색을 통해 자신의 집에서 가장 가까운 측정소와 조회 기간을 선택한 다음, 엑셀로 자료를 다운받으시오.

### 최종확정 측정자료 조회

o. Ask

측정소별 확정자료 조회항목별 측정자료 조회확정자료 다운로드

지역명 검색  검색

선택	측정소명	측정소 주소	거리	측정망
<input checked="" type="radio"/>	중구	서울 중구 덕수궁길 15 시청서소문별관 3동	0.3 km	도시대기
<input type="radio"/>	종로	서울 종로구 종로 169 (종묘주차장 앞)	1.7 km	도로변대기
<input type="radio"/>	청계천로	서울 중구 청계천로 184 (청계천4가사거리 남강빌딩 앞)	1.7 km	도로변대기

데이터 구분  시간  일평균

조회기간  년  월 [검색] [그래프보기] [엑셀]

나. 월별로 다운받은 각각의 자료를 통합하여 한 개 파일로 정리하시오.

## 2. 자료 분석하기

공학 도구를 이용하여 미세먼지 계절관리제 기간별 초미세먼지 농도 자료를 분석하시오.

가. 다섯수치요약

기간	최솟값	제1사분위수	중앙값	제3사분위수	최댓값
제1차					
제2차					
제3차					

나. 상자그림

### 3. 결과 해석하기

가. 세 미세먼지 계절관리제 기간 각각에 대해 초미세먼지 농도의 분포의 특징을 설명하시오.

나. 두 미세먼지 계절관리제 기간을 선택하여 초미세먼지 농도의 분포를 비교하고 해석하시오.

다. 1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 기간 동안 자신이 거주하는 지역의 초미세먼지 농도가 환경부에서 보도·설명한 내용과 대략 일치하는지 판단하고 그 이유를 설명하시오.

## 나 루브릭 개발

점수	자료 수집하기 과정·기능	상자그림으로 나타내기 과정·기능	분포의 특징 설명하기 과정·기능	분포 비교하기 과정·기능	추론하기 과정·기능
3 (우수)	인터넷 검색을 통해 탐구 문제와 관련된 자료를 수집하고 컴퓨터 프로그램을 이용하여 자료 분석이 가능하도록 자료 파일을 편집함	공학 도구의 편리함을 인식하고, 공학 도구를 활용하여 자료를 사분위수와 병렬된 상자그림으로 나타냄	1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료 각각의 중심, 퍼짐, 분포의 모양을 사분위수와 상자그림을 이용하여 설명함	1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료의 분포를 중심과 퍼짐을 이용하여 적절히 비교함	환경부의 보도와 자신이 거주하는 지역의 1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도의 차이를 비교하여 논리적으로 추론함
2 (보통)	인터넷 검색을 통해 탐구 문제와 관련된 자료를 파일 형식으로 수집함	공학 도구를 활용하여 자료를 사분위수와 병렬된 상자그림으로 나타냄	1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료 각각의 중심, 퍼짐, 분포의 모양 중 2가지 요소를 사분위수와 상자그림을 이용하여 설명함	1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료의 중심과 퍼짐 중 1가지 요소를 이용하여 비교함	자신이 거주하는 지역의 1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도의 차이를 추론함
1 (미흡)	탐구 문제와 관련 없는 자료를 수집함	공학 도구를 활용하여 자료를 사분위수 또는 병렬된 상자그림으로 나타내지 못함	1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료 각각의 중심, 퍼짐, 분포의 모양 중 1가지 요소를 사분위수 또는 상자그림을 이용하여 설명함	1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료의 특정값을 이용하여 비교함	자신이 거주하는 지역의 1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도의 차이를 제대로 추론하지 못함

## 다 과정중심평가 계획하기

[수행과제2]에서는 이 단원의 핵심 아이디어인 ‘상자그림의 다섯수치요약과 상자의 길이를 살펴보는 것은 두 집단의 분포를 비교하는 데 도움이 된다.’의 도달을 위한 중요한 평가 요소로 자료 수집하기, 상자그림으로 나타내기, 분포의 특징 설명하기, 분포 비교하기, 추론하기를 선정하고 공학 도구 활용 평가 방안을 이용하여 학생의 사고 방법 및 탐구 과정을 평가하고자 하였다.

### ☑ 과정중심평가 계획

문항 번호	범주	평가 요소	평가 방안
1	과정기능	자료 수집하기	공학 도구 활용 평가
2		상자그림으로 나타내기	
3-가		분포의 특징 설명하기	
3-나		분포 비교하기	
3-다		추론하기	

[수행과제2]는 상자그림으로 두 집단의 분포를 비교하는 수업에서 활용하는 모듈별 협력 학습 수행과제이자 평가과제이다. 1, 2번 문항에서는 공학 도구를 활용한 탐구 과정을, 3번 문항에서는 분포의 특징을 설명, 비교, 추론하는 학생의 사고 방법을 평가하도록 하였다.

## 수행과제3 스마트폰 사용 조사 및 캠페인 활동

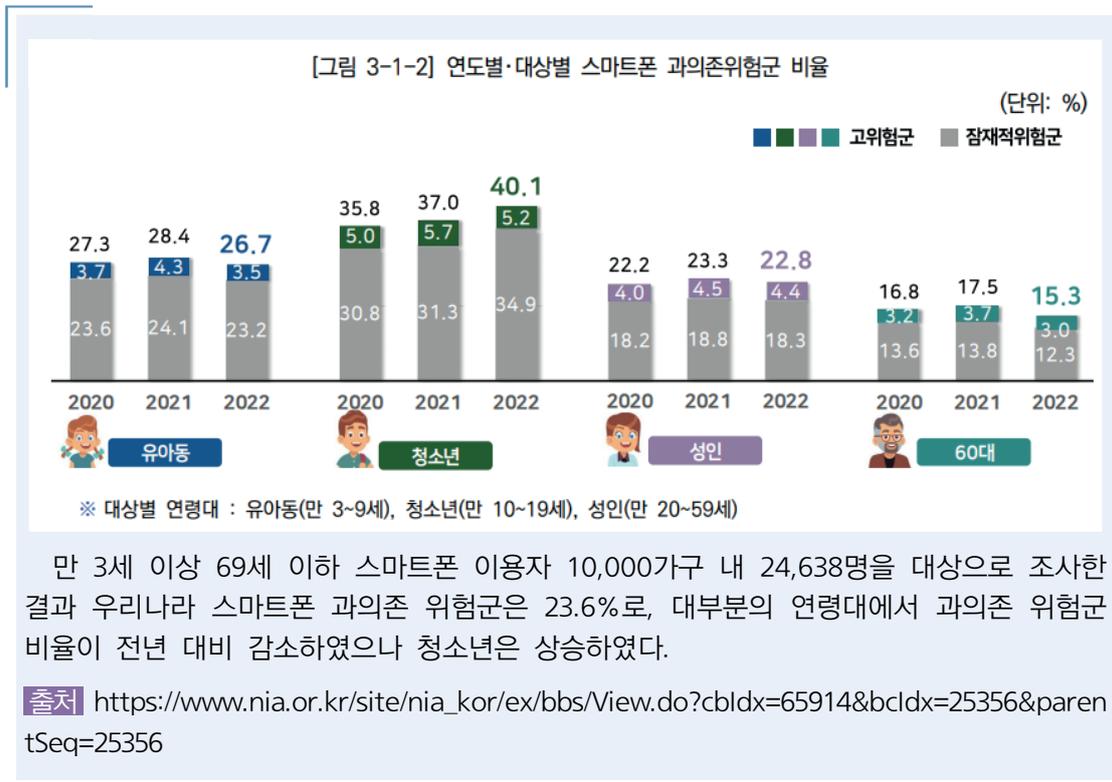
### 가 수행과제 개발

‘통계적 탐구 문제에 맞는 자료를 수집하여 분석하고 그 결과를 해석하는 통계적 문제해결 과정은 합리적 의사 결정의 기반이 된다.’와 관련된 핵심 아이디어의 구성 여부를 판단하기 위해서는 프로젝트 평가, 동료 평가, 자기 평가 형태의 수행과제가 목적과 방법의 측면에서 타당하다. 스마트폰 사용 조사 및 캠페인 활동에 관한 수행과제를 구체적으로 구상하기 위해서 모듈별로 스마트폰 사용에 관련된 두 집단의 자료를 비교하는 통계적 탐구 문제를 설정하고 적절한 계획을 세워 자료를 수집한 후, 공학 도구를 이용하여 자료의 특성과 목적에 맞는 그래프로 나타내어 두 집단의 분포를

비교하고 해석하는 활동을 하게 하였다. 그 후 통계적 결과를 바탕으로 바람직한 스마트폰 사용에 대한 캠페인 활동을 기획하여 실시하고 프로젝트 과정을 성찰하게 하였다.

**수행과제명: 스마트폰 사용 조사 및 캠페인 활동\***

다음은 한국지능정보사회진흥원에서 발표한 ‘2022년 스마트폰 과의존 실태조사’ 보고서의 일부이다.



위의 자료를 참고하여 우리 학교 학생들의 스마트폰 사용에 대해 조사하고, 이러한 통계적 근거를 바탕으로 캠페인 활동을 기획하려고 한다. 캠페인 자료에는 ① 통계적 탐구 문제 ② 비교하는 두 집단 ③ 조사 방법 ④ 자료 분석(표, 그래프, 수치 등) ⑤ 결과 해석에 대한 내용이 포함되어야 한다. 모둠별로 협력하여 캠페인 활동 자료(예: 피켓, 포스터, 카드 뉴스, 미디어 자료 등)를 만들고 스마트폰 사용에 대한 캠페인 활동을 실시한 후 프로젝트 과정에서 새롭게 알게 된 점, 부족했던 부분 등을 성찰해 보자.

\* 통계 프로젝트를 수행할 때 학생들이 스스로 관심 있는 주제를 선택하도록 할 수 있다. [수행과제3]은 ‘스마트폰 사용’에 대한 주제에서 두 집단을 비교하는 통계적 탐구 문제를 설정하는 활동을 다른 예시 자료이다.

## 나 루브릭 개발

### ☑ 프로젝트 평가

프로젝트 평가는 특정 주제나 과제를 탐구하고 해결하기 위해 계획을 수립하고 수행하는 과정과 그 결과물을 평가하는 방안으로, 내용 체계(표)의 세 범주를 종합적으로 평가할 때 활용할 수 있다.

점수	문제 설정 및 자료 수집 계획 과정·기능	그래프의 적절성 과정·기능	해석의 타당성 과정·기능	주제의 전달력 과정·기능	문제해결 가치·태도	의사소통 가치·태도	참여도 가치·태도
3 (우수)	흥미로운 통계적 탐구 문제를 설정하고 적절한 계획을 세워 자료를 수집함	상자그림의 유용성을 인식하며, 공학도구를 이용하여 탐구 문제에 적절한 그래프로 나타냄	분석한 결과를 탐구 문제와 연결하여 타당하게 해석함	통계를 이용하여 탐구 주제를 효과적으로 전달하는 캠페인을 기획함	통계적 근거를 바탕으로 논리적으로 사고하여 문제를 해결함	모둠원들의 의견을 경청하고 체계적으로 사고하여 합리적으로 의사 결정을 함	다양한 아이디어를 제시하며 과제 수행 활동 및 캠페인 활동에 주도적으로 참여함
2 (보통)	통계적 탐구 문제를 설정하고 계획을 세워 자료를 수집함	공학 도구를 이용하여 적절한 그래프로 나타냄	분석한 결과를 타당하게 해석함	탐구 주제를 효과적으로 전달하는 캠페인을 기획함	통계적 근거를 바탕으로 문제를 해결함	모둠원들의 의견을 듣고 토론했다 하여 합의점을 이끌어냄	과제 수행 활동 및 캠페인 활동에 참여함
1 (미흡)	자료를 수집함	부적절한 그래프로 나타냄	분석한 결과를 해석하는 과정에 오류가 있음	캠페인을 기획함	통계적 근거를 바탕으로 문제를 해결하려고 함	모둠원들의 의견을 듣고 토론했다	과제 수행 활동 및 캠페인 활동에 소홀함

 동료 평가 (우수: ○, 보통: △, 미흡: ★)

평가 단계	평가 기준	모둠원1	모둠원2	모둠원3	모둠원4
통계적 탐구 문제 설정	통계적 탐구 문제를 설정할 때 주제에 맞는 참신한 아이디어를 다양하게 제안하였는가?				
	모둠원들이 제안한 아이디어에 대해 의견을 주고 받으며 개선하려는 의지를 보였는가?				
자료 수집	통계적 탐구 문제를 해결하기 위해 자료 수집 계획을 세울 때 참신한 아이디어를 제안하였는가?				
	통계적 탐구 문제에 대해 타당한 답을 낼 수 있도록 적절한 변수들을 제안하였는가?				
	모둠원들이 제안한 자료 수집 계획에 대해 비판적인 의견을 내며 계획을 개선하려고 노력하였는가?				
	자료를 수집하는 과정에 적극적으로 참여하였는가?				
자료 분석	통계적 탐구 문제와 수집된 자료의 특성에 맞는 표, 그래프, 수치 등을 사용하여 자료를 적절하게 분석하였는가?				
	모둠원들이 제안한 자료 분석에 대해 비판적인 의견을 내며 자료의 특성에 맞는 분석을 하기 위해 노력하였는가?				
	공학 도구를 이용하여 자료를 분석하는 과정에 적극적으로 참여하였는가?				
결과 해석	자료 분석 결과를 타당하게 해석하였는가?				
	자료 분석 결과를 바탕으로 통계적 탐구 문제에 대해 적절한 결론을 도출하였는가?				
	모둠원들이 도출한 결론에 대해 비판적인 의견을 내며 체계적으로 사고하고 합리적인 의사 결정을 하려고 노력하였는가?				
캠페인 활동	캠페인 활동을 계획하는 과정에서 참신한 아이디어를 다양하게 제시하였는가?				
	통계적 문제해결 과정에서 얻은 정보를 활용하고 통계적 근거에 기반을 둔 자료를 제작하여 캠페인 활동을 수행하였는가?				
	캠페인 활동을 계획하고 실행하는 과정에서 모둠원들과 적극적으로 논의하였는가?				
	캠페인 활동에 지속적이고 적극적으로 참여하였는가?				

## ☑ 자기 평가

평가 단계	평가 기준	우수	보통	미흡
통계적 탐구 문제 설정	통계적 탐구 문제를 설정할 때 주제에 맞는 참신한 아이디어를 다양하게 제안하였는가?			
	자신의 아이디어와 모둠원들이 제안한 아이디어에 대해 서로 의견을 주고받으며 개선하려고 노력하였는가?			
자료 수집	통계적 탐구 문제를 해결하기 위해 자료 수집 계획을 세울 때 참신한 아이디어를 제안하였는가?			
	통계적 탐구 문제에 대해 타당한 답을 낼 수 있도록 적절한 변수들을 제안하였는가?			
	자료 수집을 계획할 때 모둠원들과 의견을 주고 받으며 계획을 개선하려고 노력하였는가?			
	자료를 수집하는 과정에 적극적으로 참여하였는가?			
자료 분석	통계적 탐구 문제와 수집된 자료의 특성에 맞는 표, 그래프, 수치 등을 사용하여 자료를 적절하게 분석하였는가?			
	자료 분석에 대해 서로 의견을 주고 받으며 통계적 탐구 문제에 대한 답을 얻는데 필요한 정보를 얻기 위해 노력하였는가?			
	공학 도구를 이용하여 자료를 분석하는 과정에 적극적으로 참여하였는가?			
결과 해석	자료 분석 결과를 올바르게 해석하였는가?			
	자료 분석 결과를 바탕으로 통계적 탐구 문제에 대한 적절한 답을 제안하였는가?			
	자료 분석 결과에 대해 서로 의견을 주고 받으며 체계적으로 사고하고 합리적으로 의사 결정을 하였는가?			
캠페인 활동	캠페인 활동을 계획하는 과정에서 참신한 아이디어를 다양하게 제안하였는가?			
	통계적 문제해결 과정에서 얻은 정보를 활용하고 통계적 근거에 기반을 둔 자료를 제작하여 캠페인 활동을 수행하였는가?			
	캠페인 활동을 계획하는 과정에서 모둠원들과 적극적으로 논의하였는가?			
	캠페인 활동에 지속적이고 적극적으로 참여하였는가?			

## 다 과정중심평가 계획하기

[수행과제3]에서는 이 단원의 핵심 아이디어인 ‘통계적 탐구 문제에 맞는 자료를 수집하여 분석하고 그 결과를 해석하는 통계적 문제해결 과정은 합리적 의사 결정의 기반이 된다.’의 도달을 위한 중요한 평가 요소로 문제 설정 및 자료 수집 계획, 그래프의 적절성, 해석의 타당성, 주제의 전달력, 문제해결, 의사소통, 참여도를 선정하고 이를 프로젝트 평가, 동료 평가, 자기 평가를 활용하여 평가하고자 하였다.

### ☑ 과정중심평가 계획

범주	평가 요소	평가 방안
과정·기능	문제 설정 및 자료 수집 계획	프로젝트 평가, 동료 평가, 자기 평가
	그래프의 적절성	
	해석의 타당성	
	주제의 전달력	
가치·태도	문제해결	
	의사소통	
	참여도	

[수행과제3]은 통계적 문제해결의 전 과정을 경험하도록 하는 총 5시간에 걸친 프로젝트 수업에서 활용하는 모둠별 협력 학습 수행과제이자 평가과제이다. 과정·기능 관련 평가 요소는 문제 설정 및 자료 수집 계획, 그래프의 적절성, 해석의 타당성, 주제의 전달력이며, 가치·태도 관련 평가 요소는 문제해결, 의사소통, 참여도이다. 프로젝트 평가를 활용하여 각 평가 요소를 평가하였으며, 통계적 탐구 문제 설정, 자료 수집, 자료 분석, 결과 해석, 캠페인 활동의 각 단계에서 동료 평가, 자기 평가를 실시하여 교사 평가를 보완하도록 하였다. 동료 평가를 활용하여 협력 학습 상황에서 개개인의 역할 수행이나 집단 활동의 기여를 평가하고자 하였으며, 자기 평가를 통해 학생 스스로 프로젝트 학습의 전 과정을 성찰하게 하였다.

【 4단계 】 교수·학습활동 전략 적용하기

차시	탐구 질문	학습경험 및 수업계획
1	사분위수는 자료를 어떻게 요약하는가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 사분위수의 뜻 이해하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 자료의 개수가 12개인 경우에 대해 사분위수의 위치 찾아보기</li> <li>- 사분위수: 제1사분위수, 제2사분위수(=중앙값), 제3사분위수</li> </ul> </li> <li>● 사분위수를 구하는 방법 알기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 자료의 개수가 짝수인 경우와 홀수인 경우 각각에 대해 사분위수 구하는 방법 알아보기</li> <li>- 손으로 직접 사분위수 구하기</li> <li>- 공학 도구를 활용하여 사분위수 구하기</li> </ul> </li> </ul>
2	상자그림으로 자료의 특성을 어떻게 파악하는가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 상자그림의 구성 요소 이해하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 최솟값, 제1사분위수, 중앙값, 제3사분위수, 최댓값 (다섯수치요약)</li> <li>- 상자그림의 네 영역 각각에 대략 25% 자료가 포함됨을 이해하기</li> </ul> </li> <li>● 상자그림 그리는 방법 알기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 손으로 직접 상자그림 그리기</li> <li>- 공학 도구를 이용하여 상자그림으로 나타내기</li> <li>- 상자그림을 보고 자료의 분포를 추론하고 해석하기</li> </ul> </li> <li>● [수행과제1] 해결하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주어진 자료의 사분위수 구하기</li> <li>- 주어진 자료를 상자그림으로 나타내기</li> <li>- 상자그림을 보고 자료의 분포 추론하기</li> </ul> </li> </ul>
3 개발 차시	상자그림으로 두 집단의 분포를 어떻게 비교하는가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>● ‘미세먼지 계절관리제’ 영상 시청 및 뉴스 기사 읽기</li> <li>● [수행과제2] 해결하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 인터넷 검색을 통해 자료 수집하기</li> <li>- 공학 도구를 이용하여 두 집단 자료의 사분위수를 구하고 병렬된 상자그림으로 나타내기</li> <li>- 각 집단의 자료의 분포를 기술하고 두 집단의 분포를 비교하기</li> <li>- 자신이 거주하는 지역의 자료 분석 결과가 기사 내용과 일치하는지 검토하기</li> </ul> </li> <li>● 통계 프로젝트 안내</li> </ul>

4 개발 차시	통계적 탐구 문제는 어떻게 설정하는가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 미래수업 영상 ‘스마트폰이 미치는 영향’ 시청하기</li> <li>● [수행과제3] 해결하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 우리 학교 학생들의 스마트폰 사용 현황을 다양한 측면에서 조사한 후, 캠페인 활동 기획하기</li> <li>- 매 차시 활동지에 기록하기</li> </ul> </li> <li>● 평가 계획 안내 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 루브릭을 제시하고 수행 목표 공유하기</li> </ul> </li> <li>● 모둠별 통계적 탐구 문제 설정 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 통계적 탐구 문제에 대해 알아보기</li> <li>- [참고자료 1, 2, 3]을 읽고 모둠별로 논의한 후, 스마트폰 사용과 관련하여 통계적 탐구 문제 설정하기</li> <li>- 비교하는 두 집단 확인하기</li> </ul> </li> <li>● 자료 수집 계획 세우기 안내</li> </ul>
6	표, 그래프, 수치 등을 이용한 자료의 분석은 합리적인 의사 결정에 어떤 영향을 미치는가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 공학 도구를 이용하여 수집된 자료를, 표, 그래프, 수치 등으로 나타내기</li> <li>● 자료를 분석하고 해석하기</li> <li>● 수집된 자료와 분석 결과가 스마트폰 사용 조사에 적절한지 판단하기</li> <li>● 통계적 근거를 바탕으로 토론하기</li> </ul>
7	통계적 문제해결은 우리 삶에 어떤 도움을 주는가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 캠페인 활동 계획 세우기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 통계적 근거를 바탕으로 캠페인 활동 계획 세우기</li> <li>- 패들렛에 공유, 피켓 들기, 포스트잇 참여 이벤트 등</li> </ul> </li> <li>● 캠페인 활동 자료 제작하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 캠페인 자료에 있어야 할 내용: 탐구 문제, 조사 대상, 조사 방법, 자료 분석, 결과 해석</li> <li>- 피켓, 포스터, 카드 뉴스, 미디어 자료 등</li> </ul> </li> </ul>
8	실생활 자료를 다루는 과정에서 통계는 어떻게 활용되는가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 활동지 마무리 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 통계적 탐구 문제 설정, 비교하는 두 집단 확인, 자료 수집 및 분석, 결과 해석, 캠페인 자료 및 활동을 담은 활동지 정리하기</li> </ul> </li> <li>● 프로젝트 활동 성찰 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 새롭게 알게 된 점, 부족했던 부분을 친구들과 나누기</li> </ul> </li> <li>● [수행과제3] 동료 평가, 자기 평가 실시</li> </ul>



## 차시별 교수·학습 설계안

### (1) 교수·학습 설계안(1): 상자그림을 중심으로

교수·학습 설계			
학습 주제	상자그림을 이용한 두 집단의 분포 비교	차시	3/8
탐구 질문	상자그림으로 두 집단의 분포를 어떻게 비교하는가?	학습 장소	컴퓨터실
핵심 아이디어	자료를 수집, 정리, 해석하는 통계는 자료의 특징을 파악하고 두 집단을 비교하며 자료의 관계를 탐구하는 데 활용된다.		
교수·학습 방안	<input type="checkbox"/> 설명식 교수 <input type="checkbox"/> 토의·토론 학습 <input checked="" type="checkbox"/> 협력 학습 <input type="checkbox"/> 탐구 학습 <input type="checkbox"/> 프로젝트 학습 <input type="checkbox"/> 수학적 모델링 <input type="checkbox"/> 놀이 및 게임 학습 <input type="checkbox"/> 기타(                                      )		

단계	교수·학습 활동
<도입>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 동기 부여하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 환경부 ‘하늘이 달라진 이유? 제3차 미세먼지 계절관리제’ 영상 시청</li> <li>- 환경부 ‘제3차 미세먼지 계절관리제, 초미세먼지 개선 효과 뚜렷’ 자료 읽기</li> </ul> </li> <li>출처 <a href="https://youtu.be/2wbQV9Pp9TU?si=S50Umlg84l1yPeKy">https://youtu.be/2wbQV9Pp9TU?si=S50Umlg84l1yPeKy</a>  <a href="https://www.me.go.kr/home/web/board/read.do?menuId=10525&amp;boardMasterId=1&amp;boardCategoryId=39&amp;boardId=1518070">https://www.me.go.kr/home/web/board/read.do?menuId=10525&amp;boardMasterId=1&amp;boardCategoryId=39&amp;boardId=1518070</a> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 환경부 영상과 자료를 보면서 내가 사는 지역의 초미세먼지 농도는 얼마나 개선되었는지 생각해보기</li> </ul> </li> <li>● 탐구 질문 제시하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 상자그림으로 두 집단의 분포를 어떻게 비교하는가?</li> </ul> </li> </ul>
<전개>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● [수행과제2]에 대한 안내 및 활동 준비               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 통계적 탐구 문제: 미세먼지 계절관리제가 시행되는 동안 내가 사는 지역의 초미세먼지 농도는 얼마나 개선되었을까?</li> </ul> </li> <li>● 자료 수집하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 인터넷 검색을 통해 자신의 집 주변 대기질 측정소에서 제공하는 초미세먼지 농도 자료 수집하기</li> <li>- 검색 경로: 에어코리아(<a href="https://www.airkorea.or.kr/web/">https://www.airkorea.or.kr/web/</a>) &gt; 통계정보 &gt; 최종확정 측정자료 조회</li> <li>- 통그라미를 이용하여 자료 분석이 가능하도록 다운받은 여러 개의 자료 파일을 하나로 통합하기</li> </ul> </li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자료 분석하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 통그라미를 활용하여 자료를 차기별 사분위수와 병렬된 상자그림으로 정리하기</li> </ul> </li> <li>● 결과 해석하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 자신이 거주하는 지역의 차기별 미세먼지 계절관리제 기간 동안 초미세먼지 농도 자료의 분포의 특징을 설명하고 비교하기</li> <li>- 자신이 거주하는 지역의 자료 분석 결과가 기사 내용과 일치하는지 검토하기</li> <li>- 자신의 지역의 초미세먼지 농도의 개선에 대해 통계적 근거를 바탕으로 발표하기</li> </ul> </li> </ul>														
<정리>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자료 수집이나 자료 분석 과정이 적절했는지 반성하기</li> <li>● 차시 예고: 통계 프로젝트 안내</li> </ul>														
평가 계획	<ul style="list-style-type: none"> <li>● [수행과제2] 과정중심평가</li> </ul> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr style="background-color: #e1f5fe;"> <th style="text-align: center;">문항 번호</th> <th style="text-align: center;">평가 요소</th> <th style="text-align: center;">평가 방안</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">자료 수집하기</td> <td rowspan="5" style="text-align: center; vertical-align: middle;">공학 도구 활용 평가</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">상자그림으로 나타내기</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3-가</td> <td style="text-align: center;">분포의 특징 설명하기</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3-나</td> <td style="text-align: center;">분포 비교하기</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3-다</td> <td style="text-align: center;">추론하기</td> </tr> </tbody> </table> <p style="margin-top: 10px;">[수행과제2]는 3차시 ‘공학 도구를 이용하여 자료를 수집하고 상자그림으로 나타내어 두 집단의 분포를 비교하기’ 수업에서 활용하는 모듈별 협력 학습 수행과제이자 평가과제이다. 1, 2번 문항에서는 공학 도구를 활용한 탐구 과정을, 3번 문항에서는 분포의 특징을 설명, 비교, 추론하는 학생의 사고 과정을 평가하도록 하였다.</p>	문항 번호	평가 요소	평가 방안	1	자료 수집하기	공학 도구 활용 평가	2	상자그림으로 나타내기	3-가	분포의 특징 설명하기	3-나	분포 비교하기	3-다	추론하기
문항 번호	평가 요소	평가 방안													
1	자료 수집하기	공학 도구 활용 평가													
2	상자그림으로 나타내기														
3-가	분포의 특징 설명하기														
3-나	분포 비교하기														
3-다	추론하기														

## (2) 교수·학습 설계안(2): 통계적 문제해결 과정 적용을 중심으로

교수·학습 설계			
학습 주제	바람직한 스마트폰 사용 캠페인	차시	4/8
탐구 질문	통계적 탐구 문제는 어떻게 설정하는가?	학습 장소	교실
핵심 아이디어	자료를 이용하여 통계적 문제해결 과정을 실천하고 생활 속의 가능성을 탐구하는 것은 미래를 예측하고 합리적인 의사 결정을 하는 데 기반이 된다.		
교수·학습 방안	<input type="checkbox"/> 설명식 교수 <input type="checkbox"/> 토의·토론 학습 <input type="checkbox"/> 협력 학습 <input type="checkbox"/> 탐구 학습 <input checked="" type="checkbox"/> 프로젝트 학습 <input type="checkbox"/> 수학적 모델링 <input type="checkbox"/> 놀이 및 게임 학습 <input type="checkbox"/> 기타(                                      )		

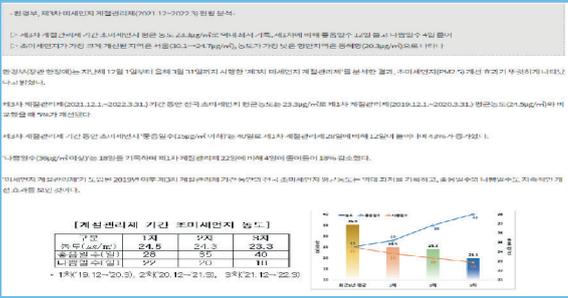
단계	교수·학습 활동
<도입>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 문제 제기하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 스마트폰의 영향을 다룬 영상을 통해 스마트폰 문제에 대한 인식을 제고</li> <li>- 미래수업 '스티브 잡스가 어린 자녀들에게 스마트폰을 쓰지 못하게 한 이유' 영상 시청 <b>출처</b> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=e0uRn4h53Do">https://www.youtube.com/watch?v=e0uRn4h53Do</a></li> </ul> </li> <li>● 탐구 질문 제시하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 통계적 탐구 문제는 어떻게 설정하는가?</li> </ul> </li> </ul>
<전개1>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● [수행과제3] 및 통계 프로젝트 안내하기               <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                 우리 학교 학생들의 스마트폰 사용에 대해 조사하고, 이러한 통계적 근거를 바탕으로 캠페인 활동을 기획하려고 한다. 캠페인 자료에는 ① 통계적 탐구 문제 ② 비교하는 두 집단 ③ 조사 방법 ④ 자료 분석(표, 그래프, 수치 등) ⑤ 결과 해석에 대한 내용이 포함되어야 한다. 모둠별로 협력하여 캠페인 활동 자료(예: 피켓, 포스터, 카드 뉴스, 미디어 자료 등)를 만들고 스마트폰 사용에 대한 캠페인 활동을 실시한 후 프로젝트 과정에서 새롭게 알게 된 점, 부족했던 부분 등을 성찰해 보자.               </div> </li> <li>● 평가 계획 안내하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 루브릭을 제시하고 수행 목표 공유하기</li> <li>- 매 차시 활동을 활동지에 기록하기</li> </ul> </li> </ul>
<전개2>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 통계적 탐구 문제 설정하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 통계적 탐구 문제에 대해 알아보기</li> <li>- [참고자료 1, 2, 3]을 읽고 모둠별로 논의하기</li> <li>- 스마트폰 사용과 관련하여 모둠별 통계적 탐구 문제 설정하기</li> <li>- 탐구 문제를 설정한 이유 작성하기</li> <li>- 비교하는 두 집단 선정하기</li> </ul> </li> </ul>

정리	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 차시 예고: 자료 수집 계획 세우기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 선정된 탐구 문제를 해결할 수 있는 설문 문항 작성하기</li> <li>- 실험이나 관찰, 공공 자료 활용 등을 이용하여 자료 수집하기</li> <li>- 조사 대상, 조사 방법, 조사 기간, 일정, 역할 정하기</li> </ul> </li> </ul>													
평가 계획	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>[수행과제3]</b> 과정중심평가 <ul style="list-style-type: none"> <li>4차시: 통계적 탐구 문제 설정하기</li> <li>5차시: 자료 수집 계획 세우기</li> <li>6차시: 자료 분석 및 해석하기</li> <li>7차시: 캠페인 활동 계획 세우기 및 자료 제작하기</li> <li>8차시: 캠페인 활동 내용 발표 및 프로젝트 활동 성찰하기</li> </ul> </li> </ul> <table border="1" data-bbox="400 824 1321 1332"> <thead> <tr> <th data-bbox="400 824 611 884">범주</th> <th data-bbox="611 824 1067 884">평가 요소</th> <th data-bbox="1067 824 1321 884">평가 방안</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="400 884 611 1140" rowspan="4"><b>과정·기능</b></td> <td data-bbox="611 884 1067 945">문제 설정 및 자료 수집 계획</td> <td data-bbox="1067 884 1321 1332" rowspan="7">프로젝트 평가, 동료 평가, 자기 평가</td> </tr> <tr> <td data-bbox="611 945 1067 1005">그래프의 적절성</td> </tr> <tr> <td data-bbox="611 1005 1067 1066">해석의 타당성</td> </tr> <tr> <td data-bbox="611 1066 1067 1140">주제의 전달력</td> </tr> <tr> <td data-bbox="400 1140 611 1332" rowspan="3"><b>가치·태도</b></td> <td data-bbox="611 1140 1067 1200">문제해결</td> </tr> <tr> <td data-bbox="611 1200 1067 1261">의사소통</td> </tr> <tr> <td data-bbox="611 1261 1067 1332">참여도</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="400 1368 1345 1608">[수행과제3]은 총 5시간에 걸친 통계적 문제해결 프로젝트 수업에서 활용하는 모듈별 협력 학습 수행과제이자 평가과제이다. 교사는 프로젝트 평가를 활용하여 과정·기능, 가치·태도 범주의 각 평가 요소를 평가한다. 추가로 동료 평가를 활용하여 협력 학습 상황에서 개개인의 역할 수행이나 집단 활동의 기여를 평가하고자 하였으며, 자기 평가를 통해 학생 스스로 프로젝트 학습의 전 과정을 성찰하게 하였다. 동료 평가와 자기 평가는 8차시의 프로젝트 활동 성찰 단계에서 실시한다.</p>	범주	평가 요소	평가 방안	<b>과정·기능</b>	문제 설정 및 자료 수집 계획	프로젝트 평가, 동료 평가, 자기 평가	그래프의 적절성	해석의 타당성	주제의 전달력	<b>가치·태도</b>	문제해결	의사소통	참여도
범주	평가 요소	평가 방안												
<b>과정·기능</b>	문제 설정 및 자료 수집 계획	프로젝트 평가, 동료 평가, 자기 평가												
	그래프의 적절성													
	해석의 타당성													
	주제의 전달력													
<b>가치·태도</b>	문제해결													
	의사소통													
	참여도													

**차시별 교수·학습 프로그램**

(1) 교수·학습 프로그램(1): 상자그림을 중심으로

교수·학습 프로그램			
학습 주제	상자그림을 이용한 자료의 분포 비교	차시	3/8
		학습 장소	컴퓨터실
핵심 아이디어	자료를 수집, 정리, 해석하는 통계는 자료의 특징을 파악하고 두 집단을 비교하며 자료의 관계를 탐구하는 데 활용된다.		
교수·학습 방안	<input type="checkbox"/> 설명식 교수 <input type="checkbox"/> 토의·토론 학습 <input checked="" type="checkbox"/> 협력 학습 <input type="checkbox"/> 탐구 학습 <input type="checkbox"/> 프로젝트 학습 <input type="checkbox"/> 수학적 모델링 <input type="checkbox"/> 놀이 및 게임 학습 <input type="checkbox"/> 기타(                                      )		

단계	교수·학습 활동
<도입>	<p>◎ 동기 부여하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 환경부에서 시행하는 ‘미세먼지 계절관리제’ 이해</li> <li>- 환경부 ‘하늘이 달라진 이유? 제3차 미세먼지 계절관리제’ 영상 시청</li> </ul> <div style="text-align: center;">   </div> <p><b>출처</b> <a href="https://youtu.be/2wbQV9Pp9TU?si=S50Umlg8411yPeKy">https://youtu.be/2wbQV9Pp9TU?si=S50Umlg8411yPeKy</a></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 환경부 ‘제3차 미세먼지 계절관리제, 초미세먼지 개선 효과 뚜렷’ 자료 읽기</li> </ul> <div style="text-align: center;">   </div> <p><b>출처</b> <a href="https://www.me.go.kr/home/web/board/read.do?menuId=10525&amp;boardMasterId=1&amp;boardCategoryId=39&amp;boardId=1518070">https://www.me.go.kr/home/web/board/read.do?menuId=10525&amp;boardMasterId=1&amp;boardCategoryId=39&amp;boardId=1518070</a></p>

<전개>

- 미세먼지 계절관리제 기간 동안 전국 평균 초미세먼지 농도 변화 추이 보도 자료 함께 읽기
- 환경부 영상과 자료를 보면서 내가 사는 지역의 초미세먼지 농도는 얼마나 개선되었을지 생각해보기

미세먼지 계절관리제가 시행되는 동안 내가 사는 지역의 초미세먼지 농도는 얼마나 개선되었을까?

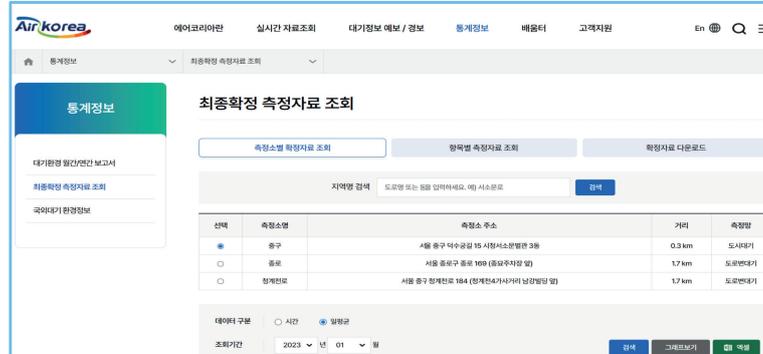
- 탐구 질문 제시하기
  - 상자그림으로 두 집단의 분포를 어떻게 비교하는가?

- [수행과제2]에 대한 안내 및 활동 준비
  - 통계적 탐구 문제 설정하기<sup>[1]</sup>

미세먼지 계절관리제가 시행되는 동안 내가 사는 지역의 초미세먼지 농도는 얼마나 개선되었을까?

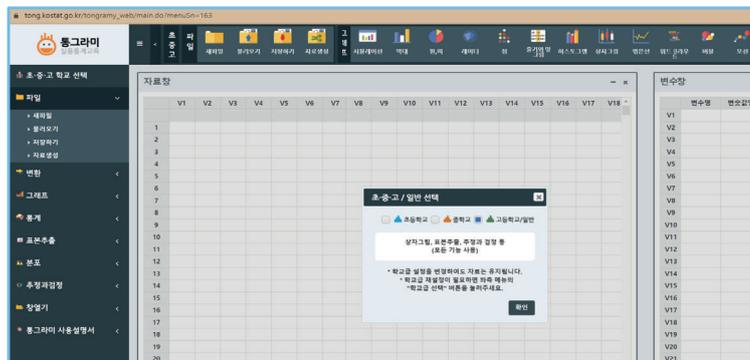
- 자료 수집하기<sup>[2]</sup>
  - 인터넷 검색 경로: 에어코리아(<https://www.airkorea.or.kr/web/>) > 통계정보 > 최종확정 측정자료 조회

**출처** <https://www.airkorea.or.kr/web/>



- 인터넷 검색을 통해 내가 사는 지역의 대기질 측정소에서 제공하는 초미세먼지 농도 자료를 다운받기
- 통계 프로그램을 이용하여 자료 분석이 가능하도록 다운받은 여러 개의 자료 파일을 하나로 통합하기
- 통그라미를 활용하여 자료 분석하기 [3]
- 통그라미 사이트

출처 <https://tong.kostat.go.kr/front/main/main.do>



- 통그라미를 활용하여 자료를 사분위수와 병렬된 상자그림으로 정리하기
- 결과 해석하기
- 내가 사는 지역의 1차, 2차, 3차 미세먼지 계절관리제 기간 동안 초미세먼지 농도 자료의 분포의 특징을 설명하고 비교하기
- 내가 사는 지역의 자료 분석 결과가 기사 내용과 일치하는지 검토하기
- 내가 사는 지역의 초미세먼지 농도의 개선에 대해 통계적 근거를 바탕으로 발표하기

<정리>

- 자료 수집이나 자료 분석 과정이 적절했는지 반성하기
- 차시 예고: 통계 프로젝트 안내



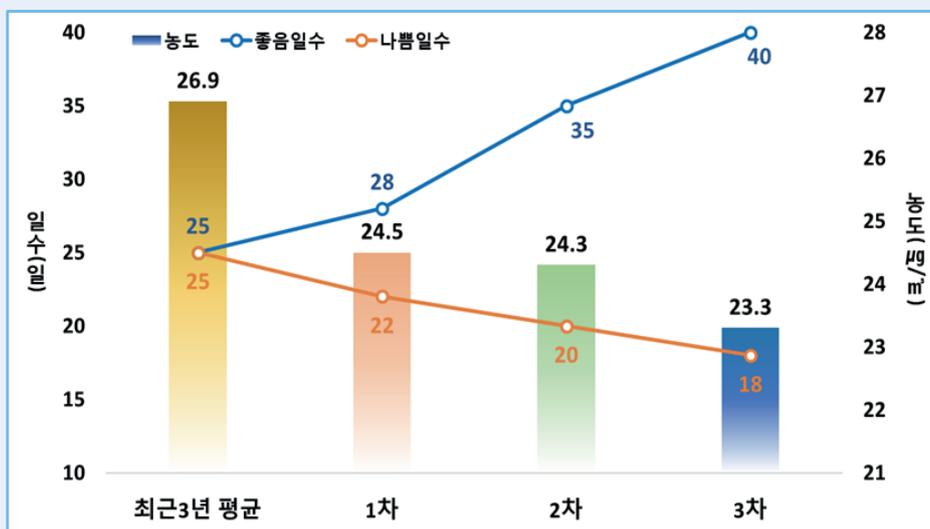
## 읽기자료



### 미세먼지 계절관리제 기간 전국 평균 미세먼지 농도 변화 추이 보도·설명 자료

미세먼지 계절관리제는 미세먼지 저감과 국민 보호를 위해 환경부에서 2019년 11월에 도입한 것으로 미세먼지 농도가 높은 12월 1일부터 이듬해 3월 말까지 4달 동안 시행하는 제도이다. 다음은 환경부에서 미세먼지 계절관리제에 대해 보도·설명한 뉴스 중 일부를 발췌한 것이다.

제3차 미세먼지 계절관리제, 초미세먼지 개선 효과 뚜렷



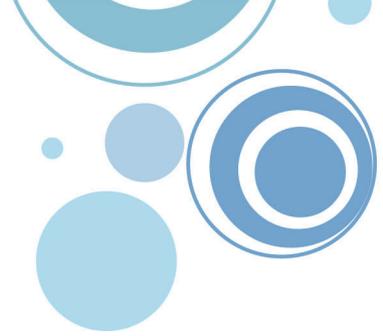
환경부는 지난해 2021년 12월 1일부터 올해 3월 31일까지 시행한 '제3차 미세먼지 계절관리제'를 분석한 결과, 초미세먼지(PM2.5) 개선 효과가 뚜렷하게 나타났다고 밝혔다. 제3차 계절관리제(2021.12.1.~2022.3.31.) 기간 동안 전국 초미세먼지 평균 농도는 23.3 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ 로 제1차 계절관리제(2019.12.1.~2020.3.31.) 평균 농도(24.5 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )와 비교했을 때 5%가 개선됐다. 제3차 계절관리제 기간 동안 초미세먼지 '좋음일수(15 $\mu\text{g}/\text{m}^3$  이하)'는 40일로 제1차 계절관리제 28일에 비해 12일이 늘어나며 43%가 증가했다. '나쁨일수(36 $\mu\text{g}/\text{m}^3$  이상)'는 18일을 기록하며 제1차 계절관리제 22일에 비해 4일이 줄어들어 18% 감소했다. '미세먼지 계절관리제'가 도입된 2019년 이후 제3차 계절관리제 기간 동안의 전국 초미세먼지 평균 농도는 역대 최저를 기록하고, 좋음일수와 나쁨일수도 지속적인 개선 효과를 보인 것이다.

**출처** <https://www.me.go.kr/home/web/board/read.do?menuId=10525&boardMasterId=1&boardCategoryId=39&boardId=1518070>



## 학생용 활동지

<input checked="" type="checkbox"/> 탐구 문제	미세먼지 계절관리제가 시행되는 동안 내가 사는 지역의 초미세먼지 농도는 얼마나 개선되었을까?																								
<input checked="" type="checkbox"/> 자료 수집하기	<ol style="list-style-type: none"> <li>'에어코리아(<a href="https://www.airkorea.or.kr/web/">https://www.airkorea.or.kr/web/</a>) &gt; 통계정보 &gt; 최종확정 측정자료 조회'에서 지역명 검색을 통해 자신의 집에서 가장 가까운 측정소와 조회 기간을 선택한 다음, 엑셀로 자료를 다운로드시오.</li> <li>월별로 다운로드 받은 각각의 자료를 통합하여 한 개 파일로 정리하시오.</li> </ol>																								
<input checked="" type="checkbox"/> 자료 분석하기	<p>통그라미를 이용하여 미세먼지 계절관리제 기간별 초미세먼지 농도 자료를 분석하시오.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>다섯수치요약           <table border="1" data-bbox="526 972 1334 1299"> <thead> <tr> <th>기간</th> <th>최솟값</th> <th>제1사분위수</th> <th>중앙값</th> <th>제3사분위수</th> <th>최댓값</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>제1차</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>제2차</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>제3차</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </li> <li>상자그림           <div data-bbox="529 1384 1331 1917" style="border: 1px solid black; padding: 20px; text-align: center;"> <p>통그라미를 이용하여 자료를 상자그림으로 나타내고 캡처하여 붙여넣기</p> </div> </li> </ol>	기간	최솟값	제1사분위수	중앙값	제3사분위수	최댓값	제1차						제2차						제3차					
기간	최솟값	제1사분위수	중앙값	제3사분위수	최댓값																				
제1차																									
제2차																									
제3차																									



<input checked="" type="checkbox"/> 결과 해석하기	<p>① 세 미세먼지 계절관리제 기간 각각에 대해 초미세먼지 농도의 분포를 설명하시오.</p> <div style="border: 1px dashed lightblue; height: 150px;"></div>
	<p>② 세 미세먼지 계절관리제 기간 중 두 기간을 선택하여 초미세먼지 농도의 분포를 비교하고 해석하시오.</p> <div style="border: 1px dashed lightblue; height: 150px;"></div>
	<p>③ 세 미세먼지 계절관리제 기간 동안 자신이 거주하는 지역의 초미세먼지 농도가 환경부에서 보도·설명한 내용과 대략 일치하는지 판단하고 그 이유를 설명하시오.</p> <div style="border: 1px dashed lightblue; height: 150px;"></div>

**모범 답안**

**1. 자료 수집하기**

가. 다음은 특정 지역을 검색하여 측정소와 기간을 선택한 후, 일평균 대기질 측정 자료를 검색한 결과를 캡처한 그림이다. 초록색 엑셀 버튼을 클릭하면 해당 자료를 엑셀 파일로 다운받을 수 있다.

**최종확정 측정자료 조회**

측정소별 확정자료 조회
항목별 측정자료 조회
확정자료 다운로드

지역명 검색  검색

선택	측정소명	측정소 주소	거리	측정망
<input checked="" type="radio"/>	노은동	대전 유성구 노은동로 87번길 89(노은1동 주민센터) 노은1동 주민센터 3층 옥상	3.0 km	도시대기
<input type="radio"/>	상대동(대전)	대전광역시 유성구 도안대로 398 대전역사박물관(상대동)	6.0 km	도시대기
<input type="radio"/>	월평동	대전 서구 월평동160-5 도로변(월평자등차중합시장앞)	6.3 km	도로변대기

데이터 구분  시간  일평균

조회기간  년  월 검색 그래프보기 엑셀

**측정자료(수치)**

• "일평균" 자료는 국립환경과학원의 최종확정자료(시간)을 00~24시까지 산술하여 일평균 자료입니다.

노은동

날짜 (년-월-일)	PM-10 ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	PM-2.5 ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	오존 (ppm)	이산화질소 (ppm)	일산화탄소 (ppm)	아황산가스 (ppm)
2019-12-01	59	33	0.003	0.032	0.5	0.004
2019-12-02	28	4	0.019	0.014	0.3	0.002
2019-12-03	25	7	0.011	0.021	0.3	0.002
2019-12-04	34	10	0.018	0.018	0.3	0.004

나. 다음은 월별로 다운받은 각각의 초미세먼지 농도 자료를 통합한 파일의 일부를 캡처한 그림이다.

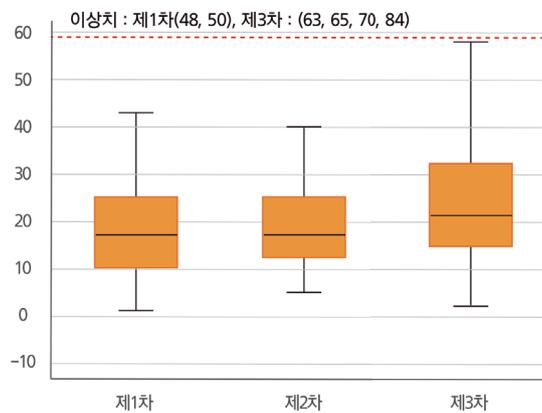
	A	B		A	B		A	B
1	차기	초미세먼지PM <sub>2.5</sub>	124	2	19	245	3	7
2		39	125	2	15	246	3	9
3		4	126	2	13	247	3	11
4		7	127	2	13	248	3	11
5		10	128	2	17	249	3	21
6		6	129	2	23	250	3	27
7		8	130	2	34	251	3	41
8		17	131	2	17	252	3	40
9		26	132	2	19	253	3	22
10		30	133	2	25	254	3	21
11		40	134	2	39	255	3	35
12		34	135	2	25	256	3	28
13		5	136	2	20	257	3	7
14		12	137	2	8	258	3	13
15		15	138	2	10	259	3	31
16		16	139	2	9	260	3	65
17		11	140	2	13	261	3	17
18		12	141	2	18	262	3	7
19		17	142	2	9	263	3	11
			143	2	13	264	3	21

## 2. 자료 분석하기

### 가. 다섯수치요약

초미세먼지/미세먼지 계절관리제 (초미세먼지( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ))	초미세먼지 최소값	초미세먼지 Q1	초미세먼지 중앙값	초미세먼지 Q3값	초미세먼지 최대값
제1차	1	10	17	25	43
제2차	5	12	17	25	40
제3차	2	14.5	21	32.5	58

### 나. 상자그림



### 3. 결과 해석하기

- 가. 1차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료의 분포의 모양이 거의 대칭형이며, 중앙값은  $17\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이다. 가운데 50% 자료의 범위는  $15\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이며 전체 자료의 범위는  $42\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이다. 2차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료의 분포의 모양은 대칭형에 가까우며 중앙값은  $17\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이다. 가운데 50% 자료의 범위는  $10\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이며 전체 자료의 범위는  $35\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이다. 3차 미세먼지 계절관리제 초미세먼지 농도 자료의 분포의 모양은 비대칭형이며 중앙값은  $21\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이다. 가운데 50% 자료의 범위는  $18\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이며 전체 자료의 범위는  $56\mu\text{g}/\text{m}^3$ 이다.
- 나. 미세먼지 계절관리제 기간의 초미세먼지 농도 자료의 분포를 비교해보면, 1차 때와 2차 때 중앙값이  $17\mu\text{g}/\text{m}^3$ 으로 동일하고, 3차 때는  $21\mu\text{g}/\text{m}^3$ 로 1차와 2차 때보다  $4\mu\text{g}/\text{m}^3$ 만큼 높다. 세 자료의 분포에 대해 가운데 50% 자료의 범위를 비교해 보면, 3차 때 가운데 50% 자료가 가장 넓게 흩어져 있고 2차 때 가장 덜 흩어져 있음을 알 수 있다. 세 자료의 분포에 대한 전체 범위도 가운데 50% 자료의 범위와 마찬가지로 3차, 1차, 2차 순으로 퍼져 있음을 알 수 있다.
- 다. 환경부에 의하면 1차~3차 미세먼지 계절관리제 기간 동안 초미세먼지 농도를 분석한 결과, 시기를 거듭할수록 초미세먼지의 개선 효과가 뚜렷하게 나타났다. 그러나 내가 살고 있는 지역의 3차 미세먼지 계절관리제 기간에 일평균 초미세먼지 농도 자료의 분포가 1차와 2차에 비해 더 높은 곳에 위치한다는 사실을 확인할 수 있다. 구체적으로 3차 때 초미세먼지 농도 자료의 중앙값이 1차와 2차 때보다  $4\mu\text{g}/\text{m}^3$ 만큼 더 높다. 또한, 1차 때와 3차 때 다섯수치요약 각각을 서로 대응시켜 비교해 보면 3차 때 모두 더 큰 값을 갖는다는 것을 확인할 수 있다. 이로부터 3차 때 일평균 초미세먼지 농도가 1차와 2차 때보다 대체로 더 높은 경향을 보인다고 말할 수 있다. 이러한 분석 결과는 환경부에서 제시한 결론과 반대된다. 이로부터 평균적으로 시기를 거듭할수록 전국의 초미세먼지 농도가 개선되는 경향을 보이고 있지만, 특정 사례의 경우에는 전체적인 경향을 따르지 않을 수 있음을 확인할 수 있다.



	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 평가 계획 안내<sup>[5]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 매 차시 활동을 활동지에 기록하기</li> <li>- 루브릭을 제시하고 수행 목표 공유하기</li> <li>- 프로젝트 학습의 전체적인 목표와 그에 따른 평가를 사전에 제시하기 (백워드 설계 적용)</li> </ul> </li> </ul>
<p>&lt;전개2&gt;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 통계적 탐구 문제 설정하기<sup>[6]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 통계적 탐구 문제에 대해 알아보기</li> </ul> </li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p><b>○ 통계적 탐구 문제란?</b></p> <p>관심있는 주제에 대해 다양한 자료를 수집하여 해결할 수 있는 문제</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p><b>좋은 탐구 문제의 조건 ○</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 관심있는 주제가 구체적이고 분명함</li> <li>• 조사 대상이 명확함</li> <li>• 질문의 의도(설명, 비교, 관계)가 명확함</li> <li>• 자료를 수집할 수 있어야 함</li> <li>• 개별적인 것이 아니라 집단에 대한 것이어야 함</li> </ul> </div> </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <p><b>통계적 탐구 문제</b></p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p><b>○ 좋은 탐구 문제일까요?</b></p> <p>지수의 수학 점수는 몇 점일까요?</p> <p><i>아니오 집단에 대한 것이 아니라 개별적인 값에 대한 것이므로 좋은 탐구 문제가 아니다.</i></p> </div> <div style="width: 45%;"> <p><b>○ 두 집단을 비교하는 탐구 문제의 예</b></p> <p>1반의 수학 점수는 우리반의 수학 점수보다 높다고 할 수 있을까?</p> </div> </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>- [참고자료 1, 2, 3]을 읽고 모둠별로 논의하기</li> <li>- 다양한 읽기 자료를 통해 모둠별로 다양한 탐구 문제가 도출될 수 있도록 안내하기</li> <li>- 스마트폰 사용과 관련하여 모둠별 통계적 탐구 문제 설정하기<sup>[3]</sup></li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>예) 우리 학교 학생들은 학년별로 스마트폰 사용 시간이 어떻게 다를까? 우리 학년 학생들은 남녀별로 스마트폰 사용 영역이 어떻게 다를까? 우리반 학생들의 스마트폰 중독 자가진단 점수는 옆반의 점수와 차이가 있을까?</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 탐구 문제를 설정한 이유 작성하기<sup>[7]</sup></li> <li>- 비교하는 두 집단 확인하기</li> </ul> <p>예) 학년별 비교, 성별 비교, 반별 비교 등</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 모둠별로 두 집단을 비교하는 탐구 문제를 함께 논의할 수 있도록 안내하기</li> </ul> <li>● 활동지 작성하기<sup>[8]</sup> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 집단을 비교하는 탐구 문제 설정, 설정 이유, 비교하는 두 집단에 대해 논의된 부분을 활동지에 정리하기</li> </ul> </li>





학생용 활동지

○ 통계적 탐구 문제란?

○ 좋은 탐구 문제일까요?

## 통계적 탐구 문제

○ 좋은 탐구 문제의 조건 ○

○ 두 집단을 비교하는 탐구 문제의 예

통계적 문제해결 과정 실천하기 / ○○중학교 ○학년 ○반  
스마트폰 사용 조사 및 캠페인 활동

모둠명: ( )

1. 통계적 탐구 문제 설정하기

2. 비교하는 두 집단 확인하기

A 집단	
B 집단	

3. 자료 수집하기 (설문조사, 실험이나 관찰, 공공 자료 활용 등)

(링크 및 캡처 사진)

## 4. 자료 분석하기 (표, 그래프, 수치 등으로 나타내기)

## 5. 결과 해석하기

## 6. 캠페인 자료 및 활동 (사진 2장 이상 첨부)

## 7. 프로젝트 활동을 통해 느낀 점

성명	느낀 점

## ㉓ 학생 답안 예시

### 통계적 문제해결 과정 실천하기 / ○○중학교 ○학년 ○반 스마트폰 사용 조사 및 캠페인 활동

모둠명: ( )

#### 1. 통계적 탐구 문제 설정하기

우리 학교 3학년 남학생과 여학생의 스마트폰 사용 정도와 사용 시간은 차이가 있을까?

#### 2. 비교하는 두 집단 확인하기

A 집단	우리 학교 3학년 남학생
B 집단	우리 학교 3학년 여학생

#### 3. 자료 수집하기: 설문조사 이용 (온라인 설문지 링크 및 캡처 사진 첨부)

1. 성별을 고르시오.	① 남	② 여			
2. 학습, 취미, 소통, 생활의 네 영역에 대한 스마트폰 사용 정도를 고르시오.					
2-1. 학습 (자료 검색, 인터넷 강의 등)	1	2	3	4	5
2-2. 취미 (게임, 동영상, 음악 감상 등)	1	2	3	4	5
2-3. 소통 (전화, 문자, SNS, 메신저 등)	1	2	3	4	5
2-4. 생활 (쇼핑, 일기, 스케줄 정리 등)	1	2	3	4	5
3. 학습, 취미, 소통, 생활의 네 영역에 대한 하루 평균 스마트폰 사용 시간을 적으시오.					
3-1. 학습 (자료 검색, 인터넷 강의 등)	( ) 분				
3-2. 취미 (게임, 동영상, 음악 감상 등)	( ) 분				
3-3. 소통 (전화, 문자, SNS, 메신저 등)	( ) 분				
3-4. 생활 (쇼핑, 일기, 스케줄 정리 등)	( ) 분				

**스마트폰을 통해 무엇을 할까?**

우리 학교 3학년 남학생과 여학생이 스마트폰으로 무엇을 하는지 조사하는 설문입니다. 얼마나 자주 이용하는지, 이용시간을 적어주세요

응답기간 2023.10.20(금) ~ 2023.10.28(월) \*는 필수항목입니다.

---

1. 생활을 고르시오 \*

남  여

---

2. 학습(자료 검색, 인터넷 검색) 등에 스마트폰을 이용하는 정도는 얼마나 되나요? \*

거의 이용하지 않는다    1    2    3    4    5    매우 자주 이용한다

---

3. 하루동안 스마트폰으로 학습(자료 검색, 인터넷 검색) 등에 이용하는 시간은 평균 몇 분인가? (단위:분)

---

4. 취미(게임, 동영상, 음악 감상 등)에 스마트폰을 이용하는 정도는 얼마나 되나요? \*

거의 이용하지 않는다    1    2    3    4    5    매우 자주 이용한다

---

5. 하루동안 스마트폰으로 취미(게임, 동영상, 음악 감상 등)에 이용하는 시간은 평균 몇 분인가? (단위:분)

---

6. 소통(전화, 문자, SNS, 메신저 등)에 스마트폰을 이용하는 정도는 얼마나 되나요? \*

거의 이용하지 않는다    1    2    3    4    5    매우 자주 이용한다

---

7. 하루동안 스마트폰으로 소통(전화, 문자, SNS, 메신저 등)에 이용하는 시간은 평균 몇 분인가? (단위:분)

---

8. 생활(쇼핑, 알기, 스케줄 정리 등)에 스마트폰을 이용하는 정도는 얼마나 되나요? \*

거의 이용하지 않는다    1    2    3    4    5    매우 자주 이용한다

---

9. 하루동안 스마트폰으로 생활(쇼핑, 알기, 스케줄 정리 등)에 이용하는 시간은 평균 몇 분인가? (단위:분)

---

<설문 QR 코드 및 링크>



<https://tong.kostat.go.kr/front/rsrchfJoin/joinDtl.do?rsrchfCode=USR23104531>

저희 모둠은 통그라미를 이용해서 온라인 설문지를 만들고 우리 학교 3학년 남학생과 여학생에게 링크를 공유하여 자료를 수집하였습니다. 남학생과 여학생의 스마트폰 사용 정도와 사용 시간은 차이가 있는지를 알아보기 위하여 학습, 취미, 소통, 생활의 네 영역에서 각각 스마트폰 사용 정도(1~5점)와 이용 시간(분)을 조사하였습니다.

#### 4. 자료 분석하기 (표, 그래프, 수치 등으로 나타내기)

우리 학교 3학년 남학생과 여학생을 대상으로 설문조사를 실시하였고, 통그라미를 이용하여 설문 결과를 성별에 따라 정리하였습니다. 스마트폰으로 주로 무엇을 하는지, 스마트폰 사용 시간은 어느 정도인지를 학습, 취미, 소통, 생활의 네 영역으로 나누어 정리하였습니다.

##### 1) 영역별 스마트폰 사용 정도

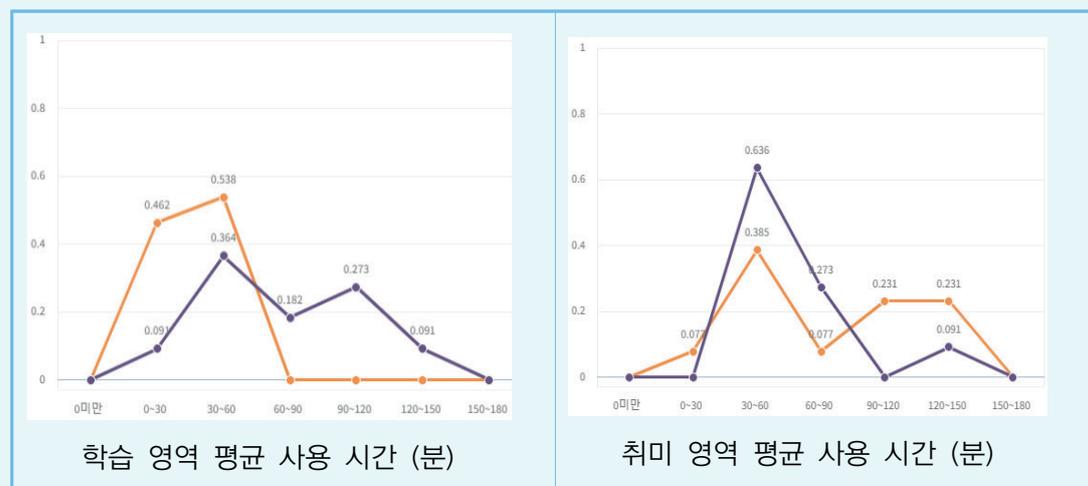
우리 학교 3학년 남학생과 여학생의 스마트폰 사용 정도를 네 영역별로 각각 조사하여 표로 나타내면 다음과 같습니다. ‘거의 사용하지 않는다(1점)’부터 ‘매우 자주 사용한다(5점)’에 대해 학생들의 응답의 평균을 나타낸 것으로, 1점에 가까울수록 사용 정도가 낮고, 5점에 가까울수록 사용 정도가 높다는 것을 의미합니다.

	학습	취미	소통	생활
남학생	2.769	4.077	3.615	2.846
여학생	3.909	3.818	4.182	3.455

남학생은 취미 영역에서 스마트폰 사용 정도가 가장 높았으며, 학습 영역이 가장 낮았습니다. 여학생은 소통 영역에서 스마트폰 사용 정도가 가장 높았으며 생활 영역이 가장 낮았습니다. 취미 영역을 제외한 학습, 소통, 생활의 세 영역에서 남학생보다 여학생의 스마트폰 사용 정도가 높다는 것을 알 수 있습니다.

##### 2) 영역별 하루 평균 스마트폰 사용 시간

우리 학교 3학년 남학생과 여학생이 하루 동안 스마트폰을 사용한 시간을 영역별로 조사하여 상대도수의 분포를 그래프로 각각 나타내면 다음과 같습니다. 주황색이 남학생, 보라색이 여학생을 나타냅니다.





각 영역별로 스마트폰 사용 시간을 살펴보기 위해 학생들에게 하루 평균 이용 시간을 분 단위로 조사하였습니다. 설문조사에 응답한 남학생 수와 여학생 수가 달라서 상대도수를 이용하여 두 집단의 분포를 비교하였습니다. 계급의 크기는 30분이며, 각 계급의 도수를 도수의 총합으로 나누어 상대도수를 구한 다음 세로축에는 도수 대신 상대도수를 표시하여 그래프로 나타냈습니다.

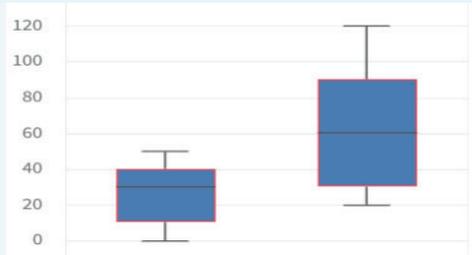
학습 영역의 하루 평균 이용 시간은 남학생의 절반 이상이 '30분 이상 60분 미만'의 계급에 속하였습니다. 여학생 역시 '30분 이상 60분 미만'의 계급의 상대도수가 가장 크게 나타났으며, 여학생의 그래프가 남학생의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 여학생이 남학생보다 학습 영역에서 스마트폰 사용 시간이 더 많은 경향이 있다고 할 수 있습니다. 소통 영역과 생활 영역에서도 여학생이 남학생보다 스마트폰 사용 시간이 더 많은 경향이 있습니다.

그러나 취미 영역의 경우 남학생과 여학생 모두 '30분 이상 60분 미만'의 계급의 상대도수가 가장 높았지만 90분 이상 사용하는 남학생의 비율이 0.462로 취미 영역에서는 남학생이 여학생보다 스마트폰 사용 시간이 더 많은 경향이 있었습니다.

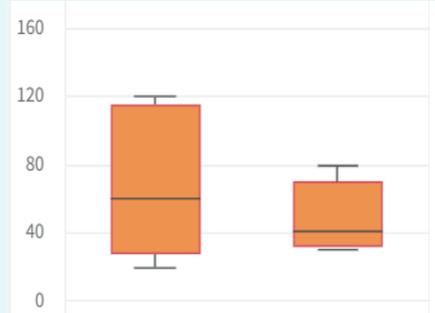
3) 두 집단의 분포 비교

남학생과 여학생의 하루 동안 스마트폰 평균 사용 시간을 영역별로 정리하여 상자그림으로 나타내면 다음과 같습니다. 각 상자그림에서 왼쪽이 남학생, 오른쪽이 여학생의 스마트폰 사용 시간을 나타냅니다.

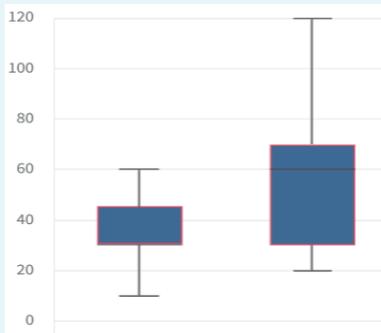
상자그림을 이용하여 하루 평균 스마트폰 사용 시간에 대한 분포를 비교해보면, 학습 영역과 소통 영역의 중앙값은 여학생이 높고, 가운데 50% 자료의 범위는 여학생이 더 크다는 것을 알 수 있습니다. 생활 영역에서 중앙값은 여학생이 높지만, 가운데 50% 자료의 범위는 남학생이 더 크다는 것을 알 수 있습니다.



학습 영역 평균 사용 시간 (분)



취미 영역 평균 사용 시간 (분)



소통 영역 평균 사용 시간 (분)



생활 영역 평균 사용 시간 (분)

취미 영역의 경우에는 남학생의 중앙값이 여학생보다 높고, 가운데 50% 자료의 범위는 남학생이 더 크다는 것을 알 수 있습니다.

## 5. 결과 해석하기

스마트폰 사용 정도에 대한 남학생과 여학생의 평균 점수를 비교한 결과, 학습, 소통, 생활 영역에서는 여학생이 남학생보다 스마트폰을 더 자주 사용한다고 응답했습니다. 반면 취미 영역에서는 남학생이 여학생보다 더 자주 사용한다고 응답하였습니다. 네 영역 중 게임이나 영상 시청, 음악 감상과 같은 취미 영역에서 남학생의 스마트폰 사용 정도가 가장 높았으며, 여학생은 전화나 문자, SNS 활동 등 소통 영역에서 이용하는 정도가 가장 높았습니다. 스마트폰으로 학습 영역을 얼마나 자주 사용하는지에 대해 살펴보면, 남학생은 네 영역 중 이용 정도가 가장 낮았으며, 여학생은 소통 영역 다음으로 학습 영역을 자주 이용하는 것으로 나타났습니다. 주위 친구들을 보면 남학생들은 주로 스마트폰으로 게임을 많이 하고, 여학생들은 사진을 찍어 SNS에 올리거나 서로 메시지를 보낼 때 스마트폰을 사용하는 경향이 있는데 설문조사 결과도 이와 비슷함을 알 수 있었습니다.

6. 캠페인 자료 및 활동 (사진 2장 이상 첨부)

**바람직한 스마트폰 사용 캠페인**  
**스마트폰**  
**나와의 약속**  
댓글 달기 Go!

**우리학교 3학년 남학생과 여학생의 스마트폰 사용 정도와 사용 시간은 차이가 있을까?**

**영역**  
**학습** [자료 검색, 인터넷 강의 등] | **취미** [게임, 동영상, 음악 감상 등]  
**소통** [전화, 문자, SNS, 메신저 등] | **생활** [쇼핑, 일기, 스케줄 관리 등]

**자료 수집 및 정리 결과**

학습 평균 이용 시간 (분) | 취미 평균 이용 시간 (분)  
 소통 평균 이용 시간 (분) | 생활 평균 이용 시간 (분)

**01**  
**하루에 \*\*분만 사용하기!**  
 \*계정된 스마트폰 이용 시간을 스스로 통제하세요!  
 스마트폰 이용 시간, 공간을 정하여 디지털 디톡스를 실천한다.

**02**  
**스마트폰 대신할 취미활동 공유!**  
 스마트폰을 줄이기 위해 운동, 산책, 그림 그리기 등 다양한 취미활동을 공유해요!

**바람직한 스마트폰 사용 캠페인**

1. 스마트폰으로 (ex 게임, 영상 시청) 하는데 하루에 \*\*분을 넘기지 않겠습니다!  
 2. 스마트폰을 대신할 내 취미활동은 (ex 운동, 악기연주) 입니다.  
**두 가지 다짐을 댓글로 남겨주세요!**

저희 모둠은 이번 설문조사를 통해 우리 학교 3학년 남학생과 여학생들이 스마트폰으로 무엇을 하며 어느 정도의 시간을 사용하는지 알아보았습니다. 학습을 할 때뿐만 아니라 게임이나 영상 시청과 같은 취미활동, 친구들과 소통하는 메신저나 SNS, 개인 일정을 관리하는 생활 영역에도 스마트폰을 사용하고 있었고, 남녀별로 사용 정도와 사용 시간에 차이가 있었습니다. 무조건 스마트폰 사용을 금지하는 것이 아니라 정해진 시간 동안 스마트폰을 올바르게 사용한다면 학생들에게 유용할 것이라고 생각합니다. 그래서 저희 모둠은 영역별로 스마트폰 사용 시간을 스스로 정해보고, 스마트폰을 대신할 취미 활동을 생각해 볼 수 있는 캠페인을 진행하였습니다. 카드 뉴스를 만들어 학급 SNS에 올린 후, 댓글을 통해 학생들이 스스로의 다짐을 적고 친구들과 취미활동을 공유할 수 있도록 하였습니다.

7. 프로젝트 활동을 통해 느낀 점

성명	느낀점
김행복	뉴스나 기사에서 통계 자료를 자주 접하는데 실제로 설문 문항을 만들고 이를 분석하는 활동을 해보니 결코 쉬운 일이 아니라는 것을 느꼈습니다. 모둠원들과 함께 고민하여 설문조사도 하고 캠페인 활동도 열심히 해서 프로젝트가 잘 마무리된 것 같아 뿌듯합니다.
이수학	통계가 실생활 문제를 해결하는 데 유용하다는 것을 알 수 있었습니다.
...	...



## 읽기자료

### 참고자료 ① 2022년 스마트폰 과의존 실태조사

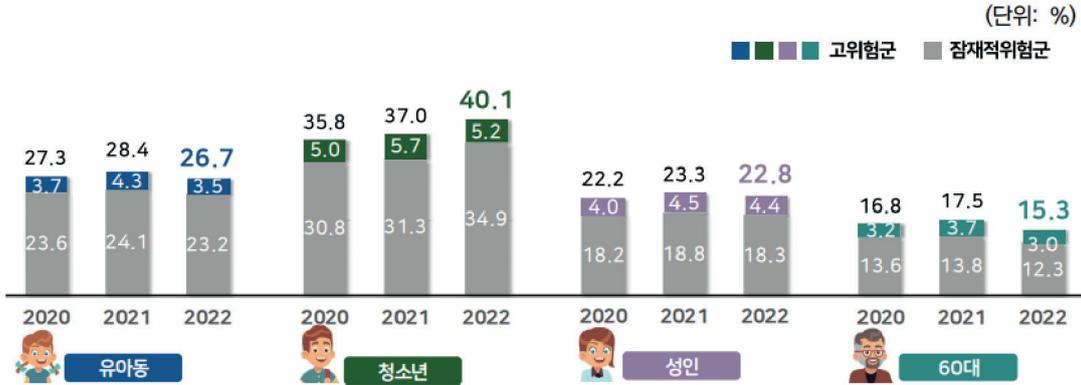
출처 [https://www.nia.or.kr/site/nia\\_kor/ex/bbs/View.do?cblDx=65914&bclDx=25356&parentSeq=25356](https://www.nia.or.kr/site/nia_kor/ex/bbs/View.do?cblDx=65914&bclDx=25356&parentSeq=25356)

다음은 과학기술정보통신부와 한국지능정보사회진흥원에서 발표한 ‘2022년 스마트폰 과의존 실태조사’에 대한 보고서의 일부이다.

스마트폰 과의존이란 과도한 스마트폰 이용으로 스마트폰에 대한 ①이용 조절력이 감소하고, ②현저성이 증가하여 ③문제적 결과를 경험하는 상태를 말한다.

요인	개념
① 조절실패	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 이용자의 주관적 목표 대비 스마트폰 이용에 대한 자율적 조절능력이 떨어지는 것</li> <li>- 스마트폰 이용 시간을 줄이려 할 때마다 실패한다.</li> <li>- 스마트폰 이용 시간을 조절하는 것이 어렵다.</li> <li>- 적절한 스마트폰 이용 시간을 지키는 것이 어렵다.</li> </ul>
② 현저성	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 개인의 삶에서 스마트폰을 이용하는 생활패턴이 다른 행태보다 두드러지고 가장 중요한 활동이 되는 것</li> <li>- 스마트폰이 옆에 있으면 다른 일에 집중하기 어렵다.</li> <li>- 스마트폰 생각이 머리에서 떠나지 않는다.</li> <li>- 스마트폰을 이용하고 싶은 충동을 강하게 느낀다.</li> </ul>
③ 문제적 결과	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 스마트폰 이용으로 인해 신체적, 심리적, 사회적으로도 부정적인 결과를 경험함에도 불구하고 스마트폰을 지속적으로 이용하는 것</li> <li>- 스마트폰 이용 때문에 건강에 문제가 생긴 적이 있다.</li> <li>- 스마트폰 이용 때문에 가족과 심하게 다툰 적이 있다.</li> <li>- 스마트폰 이용 때문에 친구 혹은 동료, 사회적 관계에서 심한 갈등을 경험한 적이 있다.</li> <li>- 스마트폰 때문에 업무(학업 또는 직업 등) 수행에 어려움이 있다.</li> </ul>

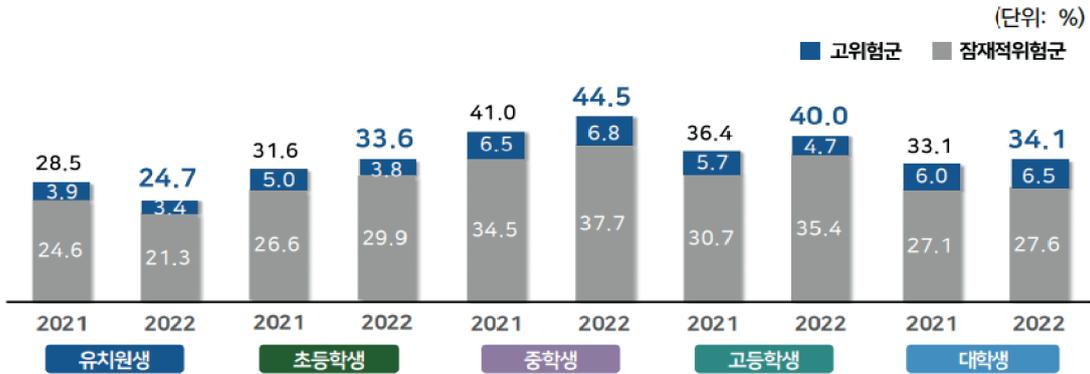
[그림 3-1-2] 연도별·대상별 스마트폰 과의존위험군 비율



※ 대상별 연령대 : 유아동(만 3~9세), 청소년(만 10~19세), 성인(만 20~59세)

만 3세 이상 69세 이하 스마트폰 이용자 10,000가구 내 24,638명을 대상으로 조사한 결과 우리나라 스마트폰 과의존위험군은 23.6%로, 대부분의 연령대에서 과의존위험군 비율이 전년 대비 감소하였으나 청소년은 상승하였다.

[그림 3-1-8] 학령별 스마트폰 과의존위험군 비율



또한 학령별 스마트폰 과의존위험군 비율은 중학생(44.5%), 고등학생(40.0%), 대학생(34.1%), 초등학생(33.6%) 유치원(24.7%) 순으로 중학생이 가장 취약하였고, 맞벌이 가정 청소년의 과의존위험군 비율은 42.3%로 외벌이 가정(36.8%)보다 높았다.

스마트폰 이용자 중 38.3%가 본인의 하루 평균 스마트폰 이용 시간이 과도하다고 응답하였고, 대상별 중 청소년의 과다이용 인식이 51.1%로 가장 높았다.

스마트폰을 주기적으로 확인하지 못하면 불안하다는 응답에 청소년(46.8%)이 가장 높게 나왔으며, 스마트폰 배터리가 부족해지면 초조함을 느낀다는 응답 역시 청소년(54.4%)이 가장 높았다. 스마트폰 번아웃은 '스마트폰을 장시간 사용, 몰입한 이후 우울함 혹은 무기력함을 느낌'을 말하는데 스마트폰 과의존위험군의 경우 54%가 스마트폰

번아웃을 경험하였으며, 대상별 경험 순위는 청소년(28.4%), 성인(20.4%), 60대(9.5%) 순으로 나타났다.

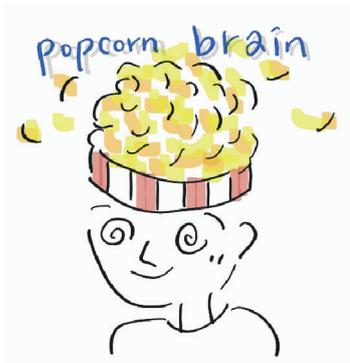
과의존위험군 중 62.8%는 장시간의 스마트폰 사용으로 인해 신체적 영향(손목, 목 등의 뼈근함, 안구건조 등)을 경험한 적이 있다고 응답하였으며, 이는 일반사용자군(19.0%)보다 신체적 영향 경험이 43.8% 높게 나왔다. 대상별 경험 순위는 청소년(38.8%), 성인(30.6%), 60대(17.0%) 순으로 나타났다. 수면 전 스마트폰 사용으로 인해 수면의 질 저하, 불면증, 만성 피로 등을 경험한 적이 있다고 응답한 비율 역시 청소년이 31.6%로 가장 높게 나왔으며 성인이 25.9%, 60대가 12.8% 순으로 나타났다.

스마트폰 이용자의 과의존 예방을 위한 대처방안으로 '자기 조절 능력 강화'가 53.1%로 가장 높았으며 '시간관리 등 사용조절 앱 개발'(17.7%), '양육 시간 등 가족과 함께하는 시간 확대'(12.3%), '법 제도 개선'(7.6%) 등의 순으로 나타났다. 스마트폰 이용자의 과의존 문제해결 주체에 대해 '개인'이라는 응답이 65.5%로 가장 높았으며 기업(19.8%), 정부(14.7%) 순으로 나타났다. 스마트폰 이용자 중 9.3%가 과의존 예방교육을 경험한 적이 있으며, 경험자 중 71.6%가 과의존 예방교육이 도움이 된다고 응답하였다.

## 참고자료 ② 지능정보윤리 이슈리포트

출처 [https://www.nia.or.kr/site/nia\\_kor/ex/bbs/View.do?cbldx=99858&bcdx=25714&parentSeq=25714](https://www.nia.or.kr/site/nia_kor/ex/bbs/View.do?cbldx=99858&bcdx=25714&parentSeq=25714)

다음은 방송통신위원회와 한국지능정보사회진흥원에서 발표한 지능정보윤리 이슈리포트 2023년 여름호에 실린 내용의 일부이다. 스마트폰 과의존은 팝콘 브레인\*, 수면장애, 디지털 격리 증후군, 시력 저하 등 다양한 물리적·정신적 문제를 초래할 위험이 있다. 실제로 스마트폰을 통한 SNS, 게임 중독 등으로 일상생활에 어려움을 겪는 경우도 존재한다. 문제는 스마트폰 과의존의 심각성을 인지하지 못하거나 인지한다고 하더라도 스마트폰 사용자체를 규제하는 것이 제한적이라는 점이다.



(중략)

이처럼 스마트폰 사용 통제가 어렵기 때문에 본인과 사회의 스마트폰 과의존 수준을 진단하고 파악하는 것은 중요한 의미를 갖는다. 스마트폰 과의존이 사회에 얼마나 만연하고 본인의 현 상태가 어떤지 인지하고 있어야 스마트폰 사용의 역기능을 예방하고 건강하게 사용할 수 있기 때문이다.

(중략)

일상생활을 하다 보면 스마트폰 사용이 필요한 순간이 존재하기에 사용 그 자체를 통

\* 팝콘처럼 튀어 오르는 것에 반응하지만 느리게 변화하는 실제 현실에는 무감각해진 뇌를 말한다.

제하는 것에는 한계가 있다. 따라서, 스마트폰 과의존의 심각성을 인지하고 본인의 상태를 지속적으로 확인하여 건강한 사용 습관을 형성하기 위해 노력하는 것이 가장 중요하다. 만약 본인이 스마트폰 과의존이라는 자각을 한 후, 도움이 필요하다고 생각되면 부담없이 스마트쉼센터 등에 도움을 구할 것을 권한다. 이를 통해 모든 사람이 스마트폰 과의존에서 벗어나 건강하게 사용할 수 있는 사회가 조속히 실현되기를 소망한다.

### 참고자료 ③ 스마트 쉼센터 안내

과학기술정보통신부에서는 스마트 기기의 과도한 이용과 의존 현상이 균형 잡힌 삶의 걸림돌이 되며 특히 자율 조절이 어려운 유아, 청소년 등의 지나친 스마트 기기 사용을 우려하여 <스마트폰 과의존 예방 및 해소 기본계획>을 발표하였다. 정부의 여러 부처에서는 부모 역량 강화, 청소년의 자율 조절력 향상을 위해 다양한 교육 프로그램을 운영 및 지원하며, 지자체 및 스마트 쉼 센터와 함께 ‘스마트폰 바르게 사용하기’ 캠페인을 전개하고 있다.

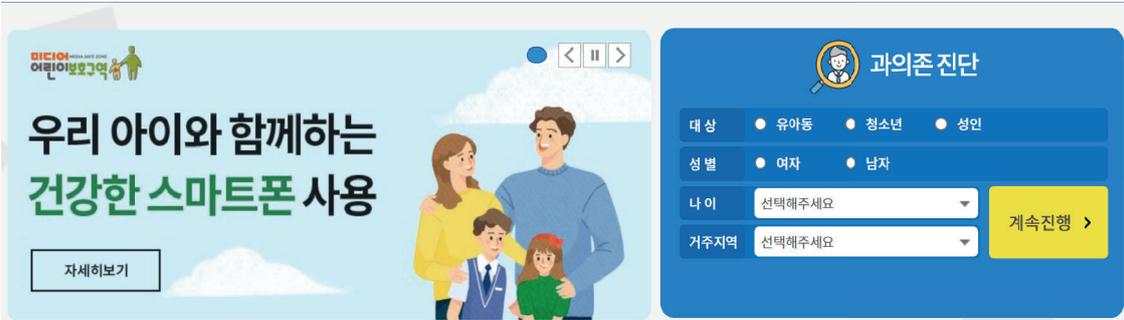
<건강한 스마트폰 사용 문화 조성 행사 및 캠페인>

		
정보문화의 달(6월)	스마트폰 바른 사용 캠페인(7~9월)	아름다운 인터넷 세상(10~12월)

**출처** 제5차 스마트폰 인터넷 과의존 예방 및 해소 기본계획(2022~2024). 과학기술정보통신부.

스마트폰 위험군 전문 상담 지원을 강화하기 위해 디지털 상담, 찾아가는 상담실 등을 운영 중이며, 특히 전국 광역시·도에 설치된 ‘스마트쉼센터’를 통해 스마트폰 위험군의 발견·상담·치유 등 원스톱서비스를 제공하고 있다.

**출처** <https://www.iapc.or.kr>



스마트쉼센터에서는 과의존상담, 예방교육뿐만 아니라 전문인력을 양성하기 위해 ‘인터넷중독전문상담사’ 자격검정을 운영하고 있다. 상담 현장 유경험자를 대상으로 기본 자격 및 상담 능력을 평가하여 스마트폰 과의존 전문 상담 자격을 부여하고 있으며, 자격 취득 후 지속적으로 상담의 최신 동향을 반영하고 인성을 함양할 수 있도록 보수교육도 운영 중이다. 인터넷중독전문상담사가 되면 전국 18개 스마트쉼센터를 비롯하여 상담 전문기관, 심리상담센터 등에서 유아, 청소년, 성인의 과의존 상담, 디지털시민 역량 강화교육, 청소년 ICT진로교육 및 상담, 스마트폰 바른 사용을 위한 지역사회 인식제고 등의 직무를 수행한다.

#### <중독상담원>

**직무개요 :** 습관성 중독행동과 이로 인해 발생하는 문제에서 벗어날 수 있도록 중독자를 상담한다.

**수행직무 :** 마약, 알코올, 도박, 인터넷게임 등의 분야에서 발생하는 중독자의 재활을 위해 법적, 경제적, 의료적인 문제를 전문적으로 자문하고 지원한다. 상담 과정에서 중독으로 인한 정서적인 문제, 가족관계를 포함한 불신과 증오와 같은 대인관계 문제를 확인한다. 중독에 대한 환상을 깨뜨리거나 중독행위를 부추기는 환경을 조정하는 치료 접근도 한다. 삶에 대한 의지를 북돋아 주고 스스로 자기 삶의 주인이 되어 일어설 수 있도록 상담한다.

**출처** [www.work.go.kr](http://www.work.go.kr)

#### 참고자료 ④ 사분위수의 다양한 정의

상자그림은 최솟값, 제1사분위수, 중앙값, 제3사분위수, 최댓값을 나타내어 분포의 중심과 퍼짐을 분명하게 드러내고 시각화하여 밀도와 왜도를 통해 분포의 모양을 드러낸다. 상자그림은 분포 개념과 요약 개념의 종합적인 이해를 돕고 수치적 요약과 시각적 요약을 통합하는 기능을 가진다. 상자그림은 자료집합 전체의 특성을 탐구하기 위해 주목해야 하는 중심, 퍼짐, 특이점, 밀도, 왜도와 같은 다양한 요소들을 드러내어 모양을 엄밀하게 찾아내고 다룰 수 있는 장점이 있다. 특히, 히스토그램과 연결하여 지도하면 자료의 분포를 하나의 탐구 대상으로서 다루도록 안내할 수 있어 비형식적인 추론을 유도하는 교수학적 의의도 지닐 수 있다. 또한 상자그림은 두 개 이상의 자료집합이 무엇이든 상관없이 비교 활동이 가능하여 비교 추론 능력을 개발하게 하고, 비형식적인 수준에서 모집단을 추리하는 경험을 제공할 수 있다(고은성, 탁병주, 2019).

상자그림은 사분위수의 정의에 따라 동일한 자료에 대해 서로 다른 방식으로 그려질 수 있다. 이에 따라 이하에서는 사분위수의 다양한 정의를 살펴본다. 사분위수(quartiles, 四分位數)는 크기 순서에 따라 늘어 놓은 자료를 사등분하는 수이며, 그 중 첫째를 제1사분위수, 둘째를 제2사분위수, 셋째를 제3사분위수라고 한다. 이때 제2사분위수는 자료의 중앙값과 같다. 사분위수의 개념을 더 확대해서 크기 순서대로 나열된 자료를 100등분하는 수를 백분위수(percentiles, 百分位數)라 한다. 제 $k$ 백분위수라 함은 자료를 크기 순서로 늘어 놓았을 때 적어도  $k\%$ 의 관측값이 그 값보다 작거나 같고, 또한 적어도  $(100-k)\%$ 의 관측값이 그 값보다 크거나 같게 되는 값을 말한다(김우철 외, 2018). 사분위수와 백분위수의 관계를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{제1사분위수}(Q_1) &= \text{제25백분위수}(P_{25}) \\ \text{제2사분위수}(Q_2) &= \text{제50백분위수}(P_{50}) = \text{중앙값} \\ \text{제3사분위수}(Q_3) &= \text{제75백분위수}(P_{75}) \end{aligned}$$

Hyndman & Fan(1996)은 사분위수의 정의를 9가지로 정리한 바 있는데, 이와 같이 사분위수를 계산하는 방법은 다양하고 계산 방법에 따라 같은 자료에 대해 사분위수의 값들이 다를 수 있다. 이하에서는 배종호(2021)의 연구를 참고하여 사분위수를 계산하는 5가지 방법을 제시한다. 사분위수를 계산하는 방법을 소개하기에 앞서 먼저 크기 순서로 정렬된 자료의 가운데 위치를 알려주는 값으로 중앙값을 구하는 방법은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n \text{의 순서로 정렬된 자료 } x_i (i=1,2,3,\dots,n) \text{의} \\ &\text{중앙값 } m \text{은} \\ &m = \begin{cases} x_k & , n=2k-1 \\ \frac{x_k + x_{k+1}}{2} & , n=2k \end{cases} \end{aligned}$$

## 제1사분위수와 제3사분위수를 계산하는 방법

### 1. 첫 번째 방법

제1사분위수  $Q_1$ 은

$n$ 이 홀수일 때,  $Q_1 = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{\frac{n+1}{2}}\}$ 의 중앙값

$n$ 이 짝수일 때,  $Q_1 = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{\frac{n}{2}}\}$ 의 중앙값

으로 정의한다. 즉, 전체 자료의 작은 쪽 절반의 중앙값을 제1사분위수라 하는 것이다. 만일 자료의 개수가 홀수이면 가운데에 위치한 수가 자료의 절반에 포함된다. 예를 들어 전체 자료가 9개이면 작은 순서로 5개의 자료를 택하여 그 중 중앙값을 계산하면 그 값이 전체 자료의 제1사분위수가 된다.

마찬가지로 제3사분위수  $Q_3$ 는 전체 자료의 큰 쪽 절반의 중앙값으로 정의하되 자료의 개수가 홀수이면 가운데에 위치한 수가 자료의 절반에 포함된다. 즉,

$n$ 이 홀수일 때,  $Q_3 = \{x_{\frac{n+1}{2}}, x_{\frac{n+3}{2}}, x_{\frac{n+5}{2}}, \dots, x_n\}$ 의 중앙값

$n$ 이 짝수일 때,  $Q_3 = \{x_{\frac{n+2}{2}}, x_{\frac{n+4}{2}}, x_{\frac{n+6}{2}}, \dots, x_n\}$ 의 중앙값

이다. 예를 들어 전체 자료의 개수가 8이면 큰 순서로 4개의 자료의 중앙값을 계산한 값이 전체 자료의  $Q_3$ 가 되고 전체 자료의 개수가 9이면 큰 순서로 5개의 자료의 중앙값을 계산한 값이 전체 자료의  $Q_3$ 가 된다.

### 2. 두 번째 방법

첫 번째 방법과 마찬가지로 작은 쪽 절반의 중앙값을  $Q_1$ 으로, 큰 쪽 절반의 중앙값을  $Q_3$ 로 정의한다. 다만 자료의 개수가 홀수인 경우에 자료의 절반을 선택할 때 가운데에 위치한 수를 제외한다는 점이 첫 번째 방법과 다른 점이다.  $Q_1$ 의 계산 방법을 공식으로 나타내면

$n$ 이 홀수일 때,  $Q_1 = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{\frac{n-1}{2}}\}$ 의 중앙값

$n$ 이 짝수일 때,  $Q_1 = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{\frac{n}{2}}\}$ 의 중앙값

이다. 예를 들어 전체 자료의 개수가 8이면 첫 번째 방법과 동일하게 작은 순서로 4개의 자료의 중앙값을  $Q_1$ 으로 정의하지만 전체 자료의 개수가 9이면 첫 번째 방법과 달리 작은 순서로 4개의 자료만 선택하여 그 자료의 중앙값을 전체 자료의  $Q_1$ 으로 정의한다.

마찬가지로  $Q_3$ 는 다음과 같이 정의한다.

$n$ 이 홀수일 때,  $Q_3 = \left\{ x_{\frac{n+3}{2}}, x_{\frac{n+5}{2}}, x_{\frac{n+7}{2}}, \dots, x_n \right\}$ 의 중앙값

$n$ 이 짝수일 때,  $Q_3 = \left\{ x_{\frac{n+2}{2}}, x_{\frac{n+4}{2}}, x_{\frac{n+6}{2}}, \dots, x_n \right\}$ 의 중앙값

이다.

### 3. 세 번째 방법

자료의 개수가 짝수일 때 세 번째 방법에서 정의하는 사분위수는 첫 번째 방법과 두 번째 방법에서 정의하는 사분위수와 동일하다. 자료의 개수가 홀수일 때는 첫 번째 방법에서 정의하는  $Q_1$ 과 두 번째 방법에서 정의하는  $Q_1$ 의 산술평균을  $Q_1$ 으로 정의한다.  $Q_3$ 에 대해서도 같은 방식으로 정의한다. 이 정의에 따라  $Q_1$ 과  $Q_3$ 의 계산 방법을 공식으로 나타내면

$$n = 4k \text{ 일 때, } Q_1 = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}, \quad Q_3 = \frac{x_{3k} + x_{3k+1}}{2}$$

$$n = 4k + 1 \text{ 일 때, } Q_1 = \frac{1}{4}x_k + \frac{3}{4}x_{k+1}, \quad Q_3 = \frac{3}{4}x_{3k+1} + \frac{1}{4}x_{3k+2}$$

$$n = 4k + 2 \text{ 일 때, } Q_1 = x_{k+1}, \quad Q_3 = x_{3k+2}$$

$$n = 4k + 3 \text{ 일 때, } Q_1 = \frac{3}{4}x_{k+1} + \frac{1}{4}x_{k+2}, \quad Q_3 = \frac{1}{4}x_{3k+2} + \frac{3}{4}x_{3k+3}$$

이다.

### 4. 네 번째 방법

우선 크기 순으로  $m$ 번째 자료인  $x_m$ 을 전체 자료의  $100 \times \frac{m}{n+1}$  백분위수로 간주한다.

( $m = 1, 2, 3, \dots, n$ ) 즉, 가장 큰 자료  $x_n$ 을 제  $100 \times \frac{n}{n+1}$  백분위수, 가장 작은 자료  $x_1$ 을 제

$100 \times \frac{1}{n+1}$  백분위수로 보는 것이다. 그런 다음에 제 25 백분위수와 제 75 백분위수를 선형

보간법(linear interpolation)으로 계산하여 각각 제 1 사분위수와 제 3 사분위수로 정의한다.

$Q_1$ 과  $Q_3$ 를 계산하는 방법을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$m_1 = [0.25 \times (n+1)], \quad \alpha_1 = 0.25 \times (n+1) - m_1$$

$$m_3 = [0.75 \times (n+1)], \quad \alpha_3 = 0.75 \times (n+1) - m_3$$

$$Q_1 = x_{m_1} + \alpha_1(x_{m_1+1} - x_{m_1})$$

$$Q_3 = x_{m_3} + \alpha_3(x_{m_3+1} - x_{m_3})$$

여기서 [ ]는 가우스함수이다.

## 5. 다섯 번째 방법

우선 크기 순으로  $m$ 번째 자료인  $x_m$ 을 전체 자료의 제  $100 \times \frac{m-1}{n-1}$  백분위수로 간주한다. ( $m=1,2,3,\dots,n$ ) 그러면 가장 작은 자료  $x_1$ 은 제0백분위수가 되고 가장 큰 자료  $x_n$ 은 제100분위수가 된다. 이 정의는 네 번째 방법과 유사하나 자료의 백분위를 0이상 100이하로 부여한다는 점에서 차이가 있다. 그다음 제25백분위수와 제75백분위수를 선형보간법으로 찾은 후 이를 각각  $Q_1$ 과  $Q_3$ 로 정의한다. 이를 계산하는 방법은 다음과 같다.

$$m_1 = [0.25 \times (n-1)] + 1, \quad \alpha_1 = 0.25 \times (n-1) + 1 - m_1$$

$$m_3 = [0.75 \times (n-1)] + 1, \quad \alpha_3 = 0.75 \times (n-1) + 1 - m_3$$

$$Q_1 = x_{m_1} + \alpha_1(x_{m_1+1} - x_{m_1})$$

$$Q_3 = x_{m_3} + \alpha_3(x_{m_3+1} - x_{m_3})$$

여기서 [ ]는 가우스함수이다.

사분위수를 계산하는 네 번째 방법과 다섯 번째 방법은 다양한 통계 소프트웨어에 적용되고 있다. 예를 들어 마이크로소프트 엑셀은 사분위수를 계산해 주는 함수로 두 가지를 가지고 있는데 그것들은 네 번째 방법과 다섯 번째 방법에 의한 사분위수를 계산한다. 엑셀 함수명령어 QUARTILE.EXC는 네 번째 방법에 의한 사분위수를 구해 주고, QUARTILE.INC는 다섯 번째 방법에 의한 사분위수를 출력한다. 이 다섯 가지 방법 각각을 이용하여 주어진 자료에 대한 사분위수 계산 결과를 정리하면 다음과 같다.

자료: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12		
	$Q_1$	$Q_3$
첫 번째 방법	3.5	9.5
두 번째 방법	3.5	9.5
세 번째 방법	3.5	9.5
네 번째 방법	3.25	9.75
다섯 번째 방법	3.75	9.25

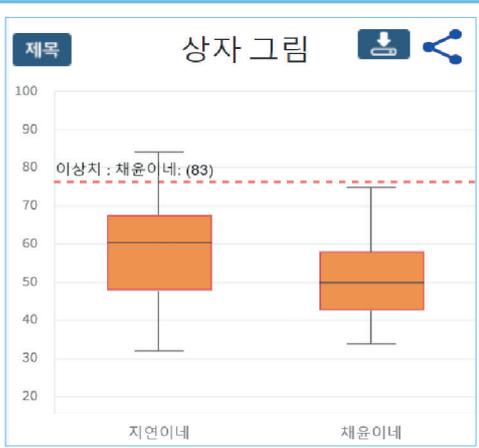
자료: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13		
	$Q_1$	$Q_3$
첫 번째 방법	4	10
두 번째 방법	3.5	10.5
세 번째 방법	3.75	10.25
네 번째 방법	3.5	10.5
다섯 번째 방법	4	10

마지막으로, 우리나라 통계청에서 개발한 교육용 통계패키지 「통그라미」를 이용하여 상자그림을 그리는 과정을 간단히 소개한다. 통그라미는 위 다섯 가지 사분위수 계산 방법 중 두 번째 방법을 이용하여 사분위수를 계산해 준다.

통그라미의 그래프-상자그림(상자그림) 메뉴를 눌러 다음과 같이 분석 변수와 그룹 변수에 각각 '나이' 변수와 '마을' 변수를 추가한 다음 확인 버튼을 누르면 아래 그림과 같이 상자그림을 생성한다.



※ 이 예시 자료는 통그라미에 내장된 예제파일을 불러 오기하여 사용하였다.



## 수업 설계 예시C에서 2022 개정 중학교 수학과 교육과정 내용의 적용 목록

- [1] <성취기준 적용 시 고려 사항> 자료와 가능성 영역에서 환경, 지속가능한 발전 등 범교과 학습 주제를 소재로 다루고, 이를 탐구하는 과정에서 체계적으로 사고하고 합리적으로 의사 결정을 할 수 있게 한다.
- [2] <성취기준 해설> [9수04-04] 자료를 수집하고 분석할 때는 인터넷 검색, 웹 기반 소프트웨어, 통계 프로그램 등을 활용하게 한다.
- [3] <성취기준 해설> [9수04-04] 수집한 자료를 자료의 특성과 목적에 맞게 표, 그래프, 수치 등으로 나타내어 분석하고, 그 결과를 탐구 문제와 연결하여 해석하게 한다. 자료를 수집하고 분석할 때는 인터넷 검색, 웹 기반 소프트웨어, 통계 프로그램 등을 활용하게 한다. <성취기준 적용 시 고려 사항> 자료를 수집하고 정리하여 표나 그래프로 나타내거나 대푯값과 산포도를 구할 때 공학 도구를 이용할 수 있게 하고, 공학 도구의 편리함과 유용성을 인식하게 한다.
- [4] <성취기준 해설> [9수04-04] 다양한 맥락에서 해결하고자 하는 통계적 탐구 문제를 설정하고 적절한 계획을 세워 자료를 수집하게 한다. 수집한 자료를 자료의 특성과 목적에 맞게 표, 그래프, 수치 등으로 나타내어 분석하고, 그 결과를 탐구 문제와 연결하여 해석하게 한다. 자료를 수집하고 분석할 때는 인터넷 검색, 웹 기반 소프트웨어, 통계 프로그램 등을 활용하게 한다. 수집한 자료나 분석 결과가 적절한지 판단하여 계획을 수정하고, 통계적 근거를 바탕으로 토론하는 등 통계적 문제해결 과정에 주도적으로 참여하게 한다.
- [5] <평가 방법> 프로젝트 평가는 학생 스스로 특정 주제나 과제를 탐구하고 해결하기 위해 계획을 수립하고 수행하는 과정과 그 결과물을 평가하는 방안으로, 수학 내용 체계(표)의 세 범주를 종합적으로 평가할 때 활용할 수 있다.
- [6] <교수·학습 방법> 가정, 학교, 지역사회와의 연계나 타 교과와의 연계를 고려하여 범교과 학습 주제에 대한 프로젝트를 수행할 수 있다.
- [7] <성격> 수학을 학습하는 과정에서 협력하여 문제를 해결하고 성찰하는 경험을 통해 다른 사람에 대한 포용성을 갖춘 민주 시민이자 인간과 환경의 공존 및 지속가능한 발전을 추구하는 세계 공동체의 일원으로 성장할 수 있다.
- [8] <교수·학습 방법> 연결 역량: 수학과 실생활, 사회 및 자연 현상, 타 교과의 내용을 연계하는 과제를 활용하여 수학의 유용성을 인식하게 한다. 정보 처리 역량: 실생활 및 수학적 문제 상황에서 자료를 탐색하고 수집하며 수학적으로 처리하여 합리적인 의사 결정을 하는 태도를 기르게 한다.
- [9] <교수·학습 방법> 프로젝트 학습은 학생 스스로 특정 주제나 과제를 탐구하고 해결하기 위해 계획을 수립하고 수행하여 결과물을 산출하고 공유하는 교수·학습 방안으로, 자기주도적으로 수학 지식과 경험을 통합하게 할 수 있다.

## IV. 수학과 교수·학습 방안별 예시\*

---

\* 2022 개정 수학과 교육과정에 제시된 교수·학습 방안 7가지를 기반을 제시하였고, 전영주 외(2023)에 제안한 방안을 수정 보완하여 작성한 수업 설계 예시 자료임.



# 수학과 교수·학습 방안별 예시

## 1 설명식 교수에 따른 교수·학습 설계안 예시

1) 단원의 이해			
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>수와 그 계산은 문자와 식을 사용하여 일반화되며, 특정한 관계를 만족시키는 미지의 값은 방정식과 부등식을 해결하는 적절한 절차를 거쳐 구해진다.</li> </ul>		
내용요소	<b>지식·이해</b>	<b>과정·기능</b>	<b>가치·태도</b>
	일차방정식	방정식 풀기	타당한 근거에 따라 논리적으로 설명하는 태도
성취기준	[9수02-04] 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.		
성취기준 적용 시 고려사항	<ul style="list-style-type: none"> <li>구한 해가 문제 상황에 적합한지 확인하는 과정을 통해 타당한 근거에 따라 자신의 의견을 논리적으로 설명하는 태도를 갖게 한다.</li> </ul>		

2) 본시 교수·학습 설계안									
학습주제	일차방정식의 풀이	차시	4/6						
단계	교수·학습 활동								
<도입>	<ul style="list-style-type: none"> <li>전시학습 확인: 이항, 동류항, 등식의 성질</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">                     일차방정식 <math>4x = x + 6</math>에 대해 다음 물음에 답하십시오.                      1) 밑줄 친 항을 이항하십시오.                      2) 1)의 결과를 이용하여 동류항끼리 계산하십시오.                      3) 등식의 성질을 이용하여 <math>x = (\text{수})</math>꼴로 나타내십시오.                 </div>								
<전개1>	<ul style="list-style-type: none"> <li>전개 질문1: 간단한 일차방정식의 해는 어떻게 구할까?</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">                     일차방정식 <math>2x - 7 = -3x + 3</math>을 푸시오.                     <table border="1" style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">사고 과정</th> <th style="width: 50%;">풀이 과정</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>미지수를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하기</td> <td style="text-align: center;"><math>2x - 7 = -3x + 3</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>2x + 3x = 3 + 7</math></td> </tr> </tbody> </table> </div>			사고 과정	풀이 과정	미지수를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하기	$2x - 7 = -3x + 3$		$2x + 3x = 3 + 7$
사고 과정	풀이 과정								
미지수를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하기	$2x - 7 = -3x + 3$								
	$2x + 3x = 3 + 7$								

동류항끼리 정리해서 $ax=b$ (단, $a \neq 0$ )의 꼴로 고치기	$5x = 10$
등식의 성질을 이용하여 $x=(수)$ 의 꼴로 고치기	$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$ $x = 2$
방정식의 해가 맞는지 확인하기	주어진 방정식의 좌변과 우변 각각에 $x=2$ 를 대입하면 (좌변) $2 \times 2 - 7 = 4 - 7 = -3$ (우변) $-3 \times 2 + 3 = -6 + 3 = -3$ 이고, 좌변과 우변이 같으므로 $x=2$ 는 이 방정식의 해이다.

● 연습문제 풀이

● 전개 질문2: 괄호가 있는 일차방정식의 해는 어떻게 구할까?

일차방정식  $4(x-2) = 5x+2$ 을 푸시오.

<전개2>

사고 과정	풀이 과정
괄호를 푼다.	$4(x-2) = 5x+2$ $4x-8 = 5x+2$
이하는 <전개1>의 과정과 동일	

● 연습문제 풀이

● 전개 질문3: 계수가 소수 또는 분수인 일차방정식 의 해는 어떻게 구할까?

일차방정식  $0.2x-1.2=0.2-0.5x$ 을 푸시오.

<전개3>

사고 과정	풀이 과정
양변에 10을 곱한다.	$0.2x-1.2=0.2-0.5x$ $2x-12=2-5x$
이하는 <전개1>의 과정과 동일	

일차방정식  $\frac{5}{6}x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x$ 을 푸시오.

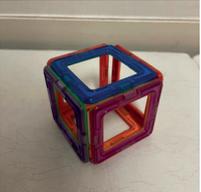
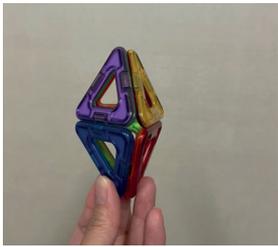
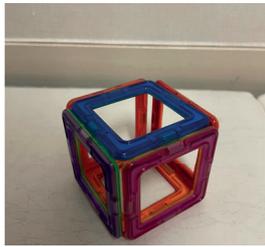
	사고 과정	풀이 과정
	양변에 분모의 최소공배수 6을 곱한다.	$\frac{5}{6}x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x$ $5x + 3 = 4x$
	이하는 <전개1>의 과정과 동일	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 연습문제 풀이</li> </ul>	
정리	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 형성평가</li> <li>● 차시 예고</li> </ul>	
과정 중심 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 서·논술형 평가 <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가 <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가 <input type="checkbox"/> 관찰 평가 <input type="checkbox"/> 면담 평가 <input type="checkbox"/> 구술 평가 <input type="checkbox"/> 자기 평가 <input type="checkbox"/> 동료 평가 <input type="checkbox"/> 온라인 평가 <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가 <input type="checkbox"/> 기타( )	

## 2

### 토의·토론 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시

1) 단원의 이해			
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 평면도형과 입체도형은 여러 가지 모양을 범주화한 것이며, 각각의 평면도형과 입체도형은 고유한 성질을 갖는다.</li> <li>● 도형의 성질과 관계를 탐구하고 정당화하는 것은 논리적이고 비판적으로 사고하는 데 기반이 된다.</li> </ul>		
내용요소	<b>지식·이해</b>	<b>과정·기능</b>	<b>가치·태도</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 입체도형의 성질</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 도형의 성질 설명하기</li> <li>● 구체적인 모형이나 공학 도구 이용하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 도형의 성질을 이용한 건축물, 문화유산, 예술 작품에 대한 흥미와 관심</li> </ul>
성취기준	[9수03-07] 구체적인 모형이나 공학 도구를 이용하여 다면체와 회전체의 성질을 탐구하고, 이를 설명할 수 있다.		
성취기준 해설	[9수03-07] 구체적인 사물, 전개도, 교구, 컴퓨터 프로그램 등을 이용하여 다면체와 회전체를 관찰하고 그 성질을 탐구하게 한다. 회전체 단면의 모양은 회전체의 성질을 이해하는 데 필요한 정도로 다룬다.		
에듀테크 활용	데스모스, 퀴즈앤(핑크벨), 알지오매스, 지오지브라		

2) 본시 교수·학습 설계안			
학습주제	구체적인 모형이나 공학 도구를 이용하여 정다면체의 성질을 탐구하고, 이를 설명할 수 있다.	차시	2
단계	교수·학습 활동		
<도입>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 다면체의 뜻 복습</li> <li>● 다면체, 각뿔대에 대한 간단한 퀴즈로 전시학습 상기</li> <li>- 퀴즈앤 또는 핑크벨 등을 활용</li> </ul>		
<전개1>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 정다면체의 뜻</li> <li>- 제시된 여러 다면체 중에 정다면체라고 생각하는 입체도형 찾기</li> <li>- 정다면체가 되는 조건에 대해 토론</li> <li>- 정다면체의 뜻 설명</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 맥포머스를 이용하여 정다면체 만들고, 정다면체의 성질 탐구             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 모둠별로 맥포머스 준비</li> <li>- 모둠별로 한 명씩 돌아가며 제한 시간 내에 정다면체 만들기</li> <li>- 맥포머스로 만든 정다면체를 살펴보고 정다면체의 성질 탐구하여 정리</li> </ul> </li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">     </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>※ 전개도를 이용하여 종이로 만들어볼 수도 있지만, 맥포머스는 바로 붙이며 입체도형을 만들 수 있기 때문에 자유로운 조작 활동이 가능함.</li> <li>※ 맥포머스는 놀이, 게임 형식을 적용할 수 있음. 맥포머스가 없을 경우, 공학 도구(알지오맥스, 지오지브라)를 활용한 정다면체 성질 탐구도 가능함.</li> </ul>												
<p>&lt;전개2&gt;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 학생들이 만든 육면체 두 개를 보여주고, 정육면체가 되는 입체도형에 대해 토의, 토론             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 데스모스에 간단하게 정리한 후, 토의 토론하기</li> </ul> </li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>												
<p>&lt;전개3&gt;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 정다면체를 이루는 면의 모양이 정삼각형, 정사각형, 정오각형밖에 없는 이유에 대해 토의, 토론             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 데스모스에 간단하게 정리한 후, 토의 토론하기</li> </ul> </li> <li>● 정다면체는 왜 5개뿐인지 그 이유에 대해 토의, 토론</li> </ul>												
<p>정리</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 실생활에서 사용되는 정다면체의 예시 찾아보기             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주사위 등 실생활 에서 정다면체가 사용되는 예시 말하기</li> <li>- 실생활 예시 중에 정다면체를 이용하는 이유에 대해 토의</li> </ul> </li> <li>● 정다면체에 관한 문제 풀이를 통해 정리 및 확인</li> <li>● 친구들이 만든 정다면체에 관한 동료평가 및 교사 관찰 평가</li> </ul>												
<p>과정 중심 평가</p>	<table border="0"> <tr> <td><input type="checkbox"/> 서·논술형 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 프로젝트 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> 관찰 평가</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> 면담 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 구술 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 자기 평가</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> 동료 평가</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> 온라인 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가</td> <td></td> <td><input type="checkbox"/> 기타( )</td> </tr> </table>	<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가	<input type="checkbox"/> 프로젝트 평가	<input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 관찰 평가	<input type="checkbox"/> 면담 평가	<input type="checkbox"/> 구술 평가	<input type="checkbox"/> 자기 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 동료 평가	<input type="checkbox"/> 온라인 평가	<input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가		<input type="checkbox"/> 기타( )
<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가	<input type="checkbox"/> 프로젝트 평가	<input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 관찰 평가										
<input type="checkbox"/> 면담 평가	<input type="checkbox"/> 구술 평가	<input type="checkbox"/> 자기 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 동료 평가										
<input type="checkbox"/> 온라인 평가	<input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가		<input type="checkbox"/> 기타( )										

### 3

## 협력 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시

1) 단원의 이해			
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 측정은 여러 가지 속성의 양을 비교하고 속성에 따른 단위를 이용하여 양을 수치화함으로써 여러 가지 현상을 해석하거나 실생활 문제를 해결하는 데 활용된다.</li> </ul>		
범주 및 내용 요소	<b>지식·이해</b>	<b>과정·기능</b>	<b>가치·태도</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 삼각비</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 삼각비를 활용하여 문제 해결하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 삼각비의 유용성 인식</li> <li>● 삼각비에 대한 흥미와 관심</li> </ul>
성취기준	[9수03-17] 삼각비를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.		
성취기준 해설	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 삼각비를 활용하여 직접 측정하기 어려운 거리나 높이 등을 구해 보는 활동을 통해 유용성을 인식하고 흥미를 느낄 수 있게 한다.</li> </ul>		
에듀테크 활용	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 자료 수집, 보고서 작성 및 발표 시 태블릿 PC 활용</li> </ul>		

2) 본시 교수·학습 설계안			
학습주제	삼각비를 활용하여 구조물의 높이 구하기	차시	8~9
단계	교수·학습 활동		
<도입>	<b>[전시학습 상기]</b> - 삼각비의 뜻, 삼각비를 이용하여 변의 길이 구하기  <b>[예상하기(탐구 질문)]</b> - 직접 측정하기 힘든 구조물의 높이를 어떻게 구할 수 있을까?		
	<b>[주제 선정 및 모둠 구성]</b> - 교내의 여러 구조물을 소개하고, 삼각비를 이용하여 높이를 구하는 방법을 생각해 볼 수 있는 자료(클리노미터 제작 및 사용 방법 등) 제공함 - 학생들이 스스로 구조물(주제)을 선정하게 하고 그에 따른 모둠을 구성함  <b>[계획 수립 및 역할 분담]</b> - 모둠별로 모둠의 이름과 모듬원의 역할을 정하고, 선택한 구조물의 높이를 구하기 위해 필요한 정보와 수집 방법을 논의함 - 교사는 탐구 과정에서 삼각비가 활용되도록 안내함		
<전개1>			

<p>&lt;전개2&gt;</p>	<p><b>[모둠활동 및 보고서 작성]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 클리노미터 제작, 거리나 각 측정, 기록 등 자신이 맡은 역할을 수행하며 탐구 활동함</li> <li>- 학급 내 같은 역할을 맡은 친구들과 정보를 공유하며 자료를 비교 분석함</li> <li>- 수집한 자료를 이용하여 구조물의 높이를 구하는 과정을 직각삼각형, 길이, 각의 크기가 드러나도록 정리함</li> <li>- 태블릿 PC를 이용하여 선택한 구조물(주제), 과정 및 결론이 담긴 보고서를 작성함</li> </ul> <p><b>[모둠별 발표 및 평가]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 교사는 발표 시간과 순서, 발표 시 지켜야 할 규칙을 안내하고 모둠별 발표를 할 때 비판적인 분위기보다는 격려하는 분위기를 조성함</li> <li>- 모둠별로 보고서의 내용을 간략하게 발표함</li> </ul>
<p>&lt;정리&gt;</p>	<p><b>[학습 내용 정리 및 평가]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ‘직접 측정하기 힘든 구조물의 높이를 어떻게 구할 수 있을까?’에 대한 답을 여러 모둠의 결과를 종합하여 정리함</li> <li>- 같은 구조물임에도 다른 높이가 나올 수 있는 이유와 정확도를 높이기 위한 방법을 생각해 볼 수 있도록 함</li> <li>- 고대 천문학자들이 삼각비를 이용하여 지구와 달 사이의 거리를 구한 방법이나 삼각비가 쓰이는 여러 가지 예시를 소개하며 삼각비의 유용성과 흥미를 느낄 수 있는 기회를 제공함</li> <li>- 발표가 끝난 후 자기 평가, 동료 평가(모둠내, 타모둠)를 실시함</li> </ul>
<p>과정 중심 평가</p>	<p> <input type="checkbox"/> 서·논술형 평가           <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가           <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가           <input type="checkbox"/> 관찰 평가  <input type="checkbox"/> 면담 평가           <input type="checkbox"/> 구술 평가   <input checked="" type="checkbox"/> 자기 평가   <input checked="" type="checkbox"/> 동료 평가  <input type="checkbox"/> 온라인 평가   <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가   <input type="checkbox"/> 기타(    )       </p>

## 4

### 탐구 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시

1) 단원의 이해			
핵심아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>도형의 성질과 관계를 탐구하고 정당화하는 것은 논리적이고 비판적으로 사고하는 데 기반이 된다.</li> </ul>		
내용요소	<b>지식·이해</b>	<b>과정·기능</b>	<b>가치·태도</b>
	삼각형과 사각형의 성질	도형의 성질 설명하기	정당화를 통해 수학적 근거를 바탕으로 비판적으로 사고하는 태도
성취기준	삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.		
에듀테크 활용	알지오매스 활용		

2) 본시 교수·학습 설계안			
학습주제	삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.	차시	3/3
단계	교수·학습 활동		
<도입>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제제기 프랑스 파리에서 여행 중인 친구들을 만나려고 한다. 약속 장소를 어느 곳으로 정하면 좋을까?</li> </ul>		
<전개1>	<ul style="list-style-type: none"> <li>예각삼각형인 경우 세 친구가 개선문, 에펠탑, 루브르 박물관에 있을 때, 세 친구가 만나는 약속 장소를 어느 곳으로 하면 좋을까? 알지오매스를 활용하여 위치를 구할 수 있다.</li> </ul> <p>(1) 알지오매스에 ‘그림 넣기’  를 활용하여 건축물이 위치한 지도 사진을 넣는다.</p> <p>(2) 지도 위에 세 친구가 위치한 곳을 점으로 찍는다.</p> <p>(3) (2)에서 찍은 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만든다.</p>		



	<p>(4) 세 친구가 만나기 좋은 장소를 구할 때 ‘삼각형의 성질’을 이용하여 탐구활동을 진행한다.</p>
	<p>(5) 삼각형의 외심 활용하기 : 삼각형의 세 변의 수직이등분선  수직이등분선 의 교점을 찾는다. 이때, 약속 장소는 프티 팔레가 된다</p> 
	<p>(6) 삼각형의 내심 활용하기 : 삼각형의 세 각의 이등분선  각의 이등분선 의 교점을 찾는다. 이때, 약속 장소는 알렉상드르 3세 다리가 된다.</p> 
<p>(7) 두 가지 방법에서 구한 약속 장소 중 어느 곳이 더 적절한지 탐구한다.</p>	
<p>● 둔각삼각형인 경우 세 친구가 노트르담 대성당, 에펠탑, 루브르 박물관에 있을 때, 세 친구가 만나는 약속 장소를 어느 곳으로 하면 좋을까?</p> 	
<p>&lt;전개2&gt;</p>	<p>같은 방법으로 알지오매스를 이용하여 삼각형을 만들어 삼각형의 외심과 내심을 나타낸다.</p>
	
<p>두 가지 방법으로 구한 약속 장소 중 어느 곳이 더 적절한지 탐구한다. 약속 장소를 정하는 다른 방법도 함께 고민해본다.</p>	
<p>정리</p>	<p>‘외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에서 이르는 거리가 같다’는 성질을 이용하여 실생활에서 약속 장소를 정할 때 활용할 수 있다. 삼각형의 모양에 따라 더 적절한 약속 장소에 대해 적절한 근거를 제시하여 정할 수 있다.</p>
<p>과정 중심 평가</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> 서·논술형 평가   <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가   <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가   <input type="checkbox"/> 관찰 평가  <input type="checkbox"/> 면담 평가   <input type="checkbox"/> 구술 평가   <input type="checkbox"/> 자기 평가   <input type="checkbox"/> 동료 평가  <input type="checkbox"/> 온라인 평가   <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가   <input type="checkbox"/> 기타( )</p>

## 5

## 프로젝트 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시

1) 단원의 이해			
핵심 아이디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 여러 현상에 들어있는 대상들 사이의 다양한 관계를 기술하고 복잡한 문제를 해결하는 데 유용하게 활용된다.</li> </ul>		
범주 및 내용 요소	<b>지식·이해</b>	<b>과정·기능</b>	<b>가치·태도</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 일차부등식</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 부등식과 관련된 문제 해결하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 부등식의 필요성 인식</li> <li>● 체계적으로 사고하여 합리적으로 의사 결정하는 태도</li> </ul>
성취기준	[9수02-12] 일차부등식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.		
성취기준 해설	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 실생활이나 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 해결할 때 수학적 모델링을 적용하고 도전적으로 문제를 해결할 수 있게 한다.</li> </ul>		
에듀테크 활용	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 여행지 정보 검색 및 인포그래픽 제작시 태블릿 PC 활용</li> </ul>		

2) 본시 교수·학습 설계안			
학습주제	부등식을 활용하여 세계 여행 계획 세우기	차시	6~7
단계	교수·학습 활동		
<도입>	<p><b>[전시학습 상기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 여러 가지 일차부등식의 풀이 방법</li> </ul> <p><b>[예상하기(탐구 질문)]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 여행 지원비 내에서 세계 여행 계획을 세울 때, 모둠이 선택한 나라는 최대 며칠 동안 여행할 수 있을까?</li> </ul>		
<전개1>	<p><b>[일차부등식 활용 문제 해결 절차 이해하기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 생활 속 문제를 일차부등식으로 해결하는 절차 이해 및 문제 해결하기</li> </ul> <p><b>[여행지 정보 검색 및 정리하기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 프로젝트 진행 과정 및 미션 소개</li> <li>- 2학년 학생들이 여행하길 희망하는 국가에 대한 설문 결과와 나라별 여행 지원비 공개</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 세계 여행 계획을 세울 나라 선택하고 지원비 확인하기</li> <li>- 검색을 통해 여행지 정보(여행 목적, 수도, 통화, 사용언어, 환율, 위급 상황 시 이용 가능 전화번호(대사관 등), 볼거리, 먹거리 등)를 찾고 마인드맵으로 정리하기</li> <li>- 상호명과 가격 등도 함께 메모 해두도록 안내</li> </ul> <p><b>[기본경비 확인하기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 집에서 공항까지 왕복 교통비 및 왕복 항공권 비용 등을 검색하여 기본경비 확인하기</li> <li>- 이동경로 검색하여 확인 및 메모하기</li> </ul>												
<전개2>	<p><b>[1일 소요 경비 계획하기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 식사비, 체험비, 교통비 등 대략적인 하루 소요 경비 계획하기</li> </ul> <p><b>[최대 여행일 수 구하기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 기본경비, 1일 소요 경비를 감안하여 모둠에게 주어진 여행 지원비 내에서 최대 며칠 동안 여행할 수 있을지를 일차부등식을 활용하여 구하고 그 과정 설명하기</li> </ul>												
<전개3>	<p><b>[세부 여행 계획 세우기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 여행 날짜별 세부 여행 계획 세우기</li> </ul> <p><b>[세계 여행 인포그래픽 제작하기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 세부 여행 계획을 바탕으로 세계 여행 인포그래픽 제작하여 공유하기</li> <li>- 다른 모둠 친구들의 인포그래픽을 둘러보며 피드백하고 정보 공유하기</li> </ul>												
<정리>	<p><b>[학습 내용 정리하기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 다양한 일차부등식의 활용 문제 해결 절차 정리하기</li> </ul> <p><b>[배움 과정 성찰하기]</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 형성평가 및 자기 평가, 동료 평가 등 실시</li> <li>- 자신의 배움 과정 성찰하여 정리하고 성장 목표 설정하기</li> </ul>												
과정 중심 평가	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td><input type="checkbox"/> 서·논술형 평가</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> 프로젝트 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 관찰 평가</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> 면담 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 구술 평가</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> 자기 평가</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> 동료 평가</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> 온라인 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가</td> <td colspan="2"><input type="checkbox"/> 기타( )</td> </tr> </table>	<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 프로젝트 평가	<input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가	<input type="checkbox"/> 관찰 평가	<input type="checkbox"/> 면담 평가	<input type="checkbox"/> 구술 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 자기 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 동료 평가	<input type="checkbox"/> 온라인 평가	<input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가	<input type="checkbox"/> 기타( )	
<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 프로젝트 평가	<input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가	<input type="checkbox"/> 관찰 평가										
<input type="checkbox"/> 면담 평가	<input type="checkbox"/> 구술 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 자기 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 동료 평가										
<input type="checkbox"/> 온라인 평가	<input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가	<input type="checkbox"/> 기타( )											

## 6

### 수학적 모델링에 따른 교수·학습 설계안 예시

#### 1) 단원의 이해

핵심 아이디어	자료를 수집, 정리, 해석하는 통계는 자료의 특징을 파악하고 두 집단을 비교하며 자료의 관계를 탐구하는 데 활용된다.		
내용 요소	<b>지식·이해</b>	<b>과정·기능</b>	<b>가치·태도</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>상자그림과 산점도</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>공학 도구를 이용하여 자료를 수집하고 분석하기</li> <li>자료를 표, 그래프로 나타내고 해석하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>자신의 삶과 연계된 확률과 통계에 대한 흥미와 관심</li> <li>체계적으로 사고하여 합리적으로 의사 결정하는 태도</li> </ul>
성취기준	[9수04-09] 자료를 산점도로 나타내고 상관관계를 말할 수 있다.		
성취기준 해설	[9수04-09] 상관관계는 양의 상관관계, 음의 상관관계, 상관관계가 없는 경우로 구분하여 다룬다.		
에듀테크 활용	인터넷 검색, 통그라미(온라인 설문조사, 자료 분석)		

#### 2) 본시 교수·학습 설계안

학습주제		상관관계를 이용한 행복보고서 만들기	차시	2~3차시
단계	학습 과정	교수·학습 활동		
<도입>	상황 모델	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 상황 이해하기</li> <li>주어진 문제 상황을 이해하고, 해결 목표와 그에 필요한 조건 찾기</li> <li>어떤 요소를 고려해야 이 문제를 해결할 수 있을까?</li> </ul>		
<전개>	실제 모델	<ul style="list-style-type: none"> <li>단순화/구조화하기</li> <li>문제 상황을 단순화/구조화하여 재진술하기</li> <li>위에서 생각한 요소들 중 문제를 해결하기 위해 단순화할 수 있는 것이 있을까?</li> </ul> <p>(예시) 행복에 영향을 미치는 변수: 자유시간 조사 방법: 설문조사</p>		
	수학적 모델	<ul style="list-style-type: none"> <li>수학적 모델 도출하기(수학화)</li> <li>다양한 수학적 표현 방식을 이용해서 수학적 모델 만들기</li> </ul>		

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- 문제를 해결하기 위해 해야 할 일 생각해 보기 (예시) 설문조사 실시(변수를 수치화하기)             <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 당신은 행복하십니까? 0~10으로 답해주세요.</li> <li>2. 당신은 자유시간이 충분하니까? 0~10으로 답해주세요.</li> </ol> </li> <li>- 행복과 자유시간의 관계를 나타내는 그래프 정하기 (예시) 산점도             <ul style="list-style-type: none"> <li>● 모둠별로 활동한 내용(행복에 영향을 미치는 변수, 조사 방법, 그래프 등)을 공유하고 피드백하기</li> <li>● 수학적 모델이 문제를 해결하는 데 합리적인지 평가하기</li> </ul> </li> </ul>												
	수학적 결과	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 수학적으로 활동하기 (예시) 우리 학교 학생들을 대상으로 모둠별로 개발한 설문조사 문항을 이용하여 설문조사를 실시하여 자료를 수집한다. 수집한 자료를 통그라미를 이용하여 산점도로 나타내고 행복과 자유시간 사이의 상관관계를 (양의 상관관계/ 음의 상관관계/ 상관관계가 없음)으로 말한다.</li> </ul>												
	실제 결과	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 해석하기             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 수학적 결과를 실제 문제 상황과 연결하여 결론 도출</li> </ul> </li> <li>(예시) 행복과 자유시간 사이에는 양의 상관관계가 있음을 알 수 있었다. 이를 통해 학생들이 행복한 학교 생활을 하기 위해서는 교과 시간 이외에 창의적 체험활동, 학교자유시간 등을 활용하여 학생들이 자신의 흥미, 관심, 진로에 맞게 자유롭게 활동할 수 있는 시간을 마련할 필요가 있다.</li> </ul>												
<정리>	발표 및 피드백	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 검증하기             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 모둠별로 개발한 수학적 모델, 해결 과정, 결과 등을 발표</li> <li>- 발표한 모델에 기초하여 보완 및 개선할 점이 없는지 의견 공유</li> </ul> </li> <li>● 발표 내용을 비교 및 정리하여 행복보고서 완성하기</li> <li>● 개발한 모델이 활용될 수 있는 다른 실생활이나 사회 및 자연 현상에 대한 예시를 통해 수학의 응용 가능성과 유용성 인식</li> </ul>												
과정 중심 평가	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td><input type="checkbox"/> 서·논술형 평가</td> <td><input checked="" type="checkbox"/> 프로젝트 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 관찰 평가</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> 면담 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 구술 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 자기 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 동료 평가</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> 온라인 평가</td> <td><input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가</td> <td colspan="2"><input type="checkbox"/> 기타( )</td> </tr> </table>		<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 프로젝트 평가	<input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가	<input type="checkbox"/> 관찰 평가	<input type="checkbox"/> 면담 평가	<input type="checkbox"/> 구술 평가	<input type="checkbox"/> 자기 평가	<input type="checkbox"/> 동료 평가	<input type="checkbox"/> 온라인 평가	<input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가	<input type="checkbox"/> 기타( )	
<input type="checkbox"/> 서·논술형 평가	<input checked="" type="checkbox"/> 프로젝트 평가	<input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가	<input type="checkbox"/> 관찰 평가											
<input type="checkbox"/> 면담 평가	<input type="checkbox"/> 구술 평가	<input type="checkbox"/> 자기 평가	<input type="checkbox"/> 동료 평가											
<input type="checkbox"/> 온라인 평가	<input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가	<input type="checkbox"/> 기타( )												

## 7

## 놀이 및 게임 학습에 따른 교수·학습 설계안 예시

1) 단원의 이해			
핵심 아이디어	확률의 개념과 그 기본 성질을 이해하고 확률을 구할 수 있다.		
내용 요소	<b>지식·이해</b>	<b>과정·기능</b>	<b>가치·태도</b>
	경우의 수와 확률	확률의 기본 성질 탐구하기	자신의 삶과 연계된 확률과 통계에 대한 흥미와 관심
성취기준	[9수04-06] 확률의 개념과 그 기본 성질을 이해하고, 확률을 구할 수 있다.		
성취기준 해설	[9수04-06] 확률은 실험이나 관찰을 통해 구한 상대도수로서의 의미와 경우의 수의 비율로서의 의미를 연결하여 이해하게 한다. 경우의 수의 비율로 확률을 다룰 때, 각 경우가 발생할 가능성이 동등하다는 것을 가정한다는 점에 유의하게 한다.		
에듀테크 활용	없음		

2) 본시 교수·학습 설계안				
학습 주제		'왕관과 닷' 게임 상황에서 확률 구하기	차시	2/2차시
단계	학습 과정	교수·학습 활동		
<도입>	문제 파악	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 동기 유발하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 확률의 뜻과 기본 성질 복습</li> <li>- 모둠별로 게임을 진행하고, 확률을 구해보는 활동을 하게 됨을 안내하기</li> </ul> </li> <li>● 학습 목표 확인하기</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">           확률의 개념과 그 기본 성질을 이해하고, '왕관과 닷' 게임을 하며 각 경우가 발생할 확률을 구할 수 있다.         </div>		
<전개>	문제 탐색 및 해결	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 게임 소개하기               <ul style="list-style-type: none"> <li>- '왕관과 닷' 게임 소개하기</li> </ul> </li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">           '왕관과 닷' 게임은 여섯 개의 그림 중 원하는 곳에 베팅을 하고 주사위를 던져 베팅한 그림이 나오면 베팅한 금액만큼 이익을 내는 내기 게임         </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 준비물 안내하기 (4~5인 모둠별 게임판 1개, 주사위 3개, 게임칩)</li> </ul>		

		<div style="text-align: center;">  <p>게임판</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>왕관과 닷 주사위 3개 게임칩</p> </div> <p>(출처) 다함께 수학게임1, p.266</p> <p>● 게임 규칙 안내하기</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 1명이 뱅커(Banker), 1명이 도전자가 되어 1:1로 게임을 진행한다. 뱅커는 돌아가며 맡는다.</li> <li>2) 도전자는 게임판의 6개의 그림 중 하나 이상의 그림에 원하는 만큼의 게임칩을 베팅하고 3개의 주사위를 던진다.</li> <li>3) 도전자가 베팅한 그림에 해당하는 주사위가 하나도 나오지 않은 경우, 도전자는 베팅한 게임칩을 모두 잃고, 게임칩은 뱅커가 가져간다.</li> <li>4) 도전자가 베팅한 그림에 해당하는 주사위가 나온 경우 베팅한 게임칩을 돌려받고, 뱅커로부터 추가로 게임칩을 받는다. 만약 베팅한 그림과 같은 주사위가 1개라면 베팅한 만큼 추가로 받고, 2개라면 베팅한 게임칩의 두 배, 3개라면 베팅한 게임칩의 세 배의 게임칩을 추가로 받는다.</li> <li>5) 뱅커 역할을 바꾸어 게임을 진행하고, 게임 종료 후 가장 많은 게임칩을 가진 사람이 승리한다.</li> </ol> </div> <p>● 게임 진행하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 몇 가지 예시로 규칙 이해를 돕고, 모둠별로 게임 해보기</li> </ul>
	적용 및 발전	<p>● 수학적으로 활동하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 필승전략에 대한 질문 던지기</li> </ul> <p>(예시) 뱅커와 도전자 중 누구에게 유리한 게임일까?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 예시 상황에 대한 확률 구하기</li> </ul> <p>(예시) 도전자가 왕관 그림에 1개의 칩을 베팅했다고 하자. 주사위를 던진 후 돌려받는 칩의 개수가 0개일 확률은?</p> <p>(예시) 도전자가 왕관 그림에 1개의 칩을 베팅했다고 하자. 주사위를 던진 후 돌려받는 칩의 개수가 4개일 확률은?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 예시 상황에 대한 확률을 구한 과정을 서술하기</li> <li>- 모둠별로 문제 해결 과정에 대해 발표하기</li> </ul>
<정리>	정리	<p>● 반성 및 평가하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 게임을 하며 알게 된 것 정리하고 느낌 발표하기</li> </ul>
과정 중심 평가		<p><input checked="" type="checkbox"/> 서·논술형 평가   <input type="checkbox"/> 프로젝트 평가   <input type="checkbox"/> 포트폴리오 평가   <input type="checkbox"/> 관찰 평가</p> <p><input type="checkbox"/> 면담 평가   <input type="checkbox"/> 구술 평가   <input type="checkbox"/> 자기 평가   <input type="checkbox"/> 동료 평가</p> <p><input type="checkbox"/> 온라인 평가   <input type="checkbox"/> 교구/공학 도구 활용 평가   <input type="checkbox"/> 기타(   )</p>

- 고은성, 탁병주(2019). 점그래프와 상자그림의 교수학적 분석: 통계적 추리 지도를 위한 교육적 효용성 고찰. *수학교육학연구*, 29(4), 577-605.
- 교육부(2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 2015-74호[별책8].
- 교육부(2021.11.24.) **더 나은 미래, 모두를 위한 교육, 2022 개정 교육과정 총론 주요 사항 (시안)**. 출처(검색일 2023.10.10.): <https://www.moe.go.kr/>
- 교육부(2022a). 수학과 교육과정. 교육부 고시 2022-33[별책8].
- 교육부(2022b). 초중등학교 교육과정 총론. 교육부 고시 2022-33호[별책1].
- 김우철, 김재주, 박병욱, 박성현, 송문섭, 이상열, 이영조, 전종우, 조신섭(2018a). *현대통계학(제4개정판)*. 서울: 영지문화사.
- 박경미 외(2015). **2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구II**. 교육부 연구보고.
- 배종호(2021). 사분위수의 정의와 통계 소프트웨어에서 사분위수 함수. *충남과학연구지*, 38(1), 27-30.
- 서보억, 김남균, 도종훈, 박윤범, 김기탁, 박영은, 최인영, 이화영(2017). 수학과 교육과정 변천에 대한 분석 연구. 연구보고 BD 18070008. 서울: 한국과학창의재단.
- 이경화 외(2022a). **2022 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구**. 교육부 연구보고.
- 이경화 외(2022b). **2022 개정 수학과 교육과정 시안(최종안)개발 정책 연구**. 교육부 연구보고.
- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., & Spangler, D. A. (2020). *Pre-K-12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II (GAISE II): A framework for statistics and data science education*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Hyndman, R. J., & Fan, Y. (1996). Sample quantiles in statistical packages. *The American Statistician*, 50(4), 361-365.
- Lakatos, I.(1976). *수학적 발견의 논리*. 서울: 아르케.
- Ministry of Education, New Zealand (2007). The New Zealand Curriculum: for English-medium teaching and learning in years 1-13. Retrieved from <https://nzcurriculum.tki.org.nz/content/download/1108/11989/file/The-New-Zealand-Curriculum.pdf> (2023.10.10.).
- Ministry of Education, Singapore (2019). *Mathematics Syllabuses Secondary One to Four Express Course & Normal (Academic) Course*. Retrieved from [https://www.moe.gov.sg/-/media/files/secondary/syllabuses/maths/2020-express\\_na-maths\\_syllabuses.ashx?la=en&hash=E79043503E0EE64FA579D7514760663151459ED9](https://www.moe.gov.sg/-/media/files/secondary/syllabuses/maths/2020-express_na-maths_syllabuses.ashx?la=en&hash=E79043503E0EE64FA579D7514760663151459ED9) (2023.10.10.).
- NCTM.(2000). **학교수학을 위한 원리와 기준**. 서울: 경문사.
- 中国教育部 (2011). **义务教育数学课程标准(2011年版)**. 中华人民共和国教育部.

# MEMO



A series of horizontal blue dotted lines for writing, spanning the width of the page.



# MEMO



A series of horizontal blue dotted lines for writing, spanning the width of the page.



# MEMO



A series of horizontal blue dotted lines for writing, spanning the width of the page.



<b>기 획</b>	김한승(교육부 교육과정지원팀장) 김효진(교육부 교육연구사) 최화숙(한세대학교)	이수나(교육부 교육연구관) 17개 시도교육청
<b>연구책임자</b>	김경현(원광대학교)	
<b>집필책임자</b>	서보억(충남대학교)	
<b>집 필 진</b>	나미영(서울특별시교육청교육연구수원) 송현경(경기 석수중학교) 오은영(인천상정중학교) 지영명(대전신계중학교)	박예은(서울 청량중학교) 안수지(대전신계중학교) 이윤경(경북 선주중학교)
<b>연구협력관</b>	김기윤(교육부 교육연구사)	
<b>검 토 위 원</b>	고호근(전남 조선대학교부속중학교) 이경미(충남 온양용화고등학교) 이정수(서울 세화여자중학교, 윤문)	송현진(충남 온양용화고등학교) 이주열(대구과학고등학교)
<b>연구보조원</b>	김동진(전북 진안여자중학교)	김정인(원광대학교)



## 중학교 수학

**발행처** 교육부, 대구광역시교육청  
 (42123) 대구광역시 수성구 수성로76길 11  
 전화: (053) 231-0000 팩스: (053) 757-8100

**발행일** 2023. 10. 30.

**디자인제작** 다음기획 DESIGN WORK 063.833.0712

**편집일러스트** 최종식 김은옥 고현선 이보라 김진 장인화 이도경  
 김미현(이상 다음기획) 박상은(홍익대학교)

ISBN 979-11-93676-10-3  
 ISBN 979-11-985523-0-3(세트)

※ 이 자료는 2022 개정 교육과정의 현장 안착을 위한 수업-평가 안내 자료로, 수업목적 외에 본 자료를 활용할 경우 저작권법에 저촉될 수 있습니다.